Manual de Estudio N.° 4

Carrera Técnico Laboral en Servicios y Operaciones Microfinancieras

MÓDULO 1: Asesorar Consumidor Microfinanciero

cooperación alemana
DEUTSCHE ZUSAMMENARBEIT

implementada por:

Sparkassenstiftung Alemana
LATINOAMÉRICA Y EL CARIBE

SENA

Manual de Estudio N.º 4

Carrera Técnico Laboral en Servicios y Operaciones Microfinancieras

MÓDULO 1:
Asesorar Consumidor Microfinanciero

Una Iniciativa de:

cooperación alemana
DEUTSCHE ZUSAMMENARBEIT

implementada por:

Sparkassenstiftung Alemana
LATINOAMÉRICA Y EL CARIBE

SENA

Con:

Bancamía
Facilitamos su progreso

Contactar
Microfinanciera

Banco Agrario de Colombia

Financiera Comultrasan

Fundación delamujer

mibanco

Introducción a las microfinanzas
Módulo 3: Asesorar Consumidor Microfinanciero
Primera edición: marzo de 2021

Autor:
Erwin Perpiñan Perdomo.

Editado por:
©FUNDACIÓN SPARKASSENSTIFTUNG COLOMBIA
Carrera 15 n.º 88 – 64, oficina 320. Bogotá D.C., Colombia.
Tel.:(57-1) 4672449

Revisión Editorial
Nelly Gonzalez Curay
Laura Klein

Director de Proyecto Regional Colombia
Raúl Martínez de la Piedra

Diseño y Diagramación
Signo Empresarial

Edición y Corrección de Estilo:
Signo Empresarial

Hecho en Colombia

CONTENIDO

FIGURAS

Figuras

TABLAS

ABREVIATURAS

DTF: Depósito a Término Fijo

IMFs: Instituciones Microfinancieras

VP: Valor Presente

Estructura de contenidos de los Manuales de Estudio según talleres del plan de estudio de la carrera

Manual de Estudio N.° 1

Módulo 1:
Asesorar consumidor microfinanciero

Taller N.° 1. Historia de las microfinanzas.

Taller N.° 2. Sistema financiero, normatividad y conceptos de microfinanzas.

Taller N.° 3. Análisis del sector y entidades microfinancieras.

Manual de Estudio N.° 2

Módulo 1:
Asesorar consumidor microfinanciero

Taller N.° 6. Identificación del cliente.

Taller N.° 7. Recopilar datos del cliente.

Taller N.° 8. Marketing y asesoría al cliente.

Taller N.° 18. Información.

Taller N.° 19. Propuesta comercial cliente nuevo.

Taller N.° 20. Propuesta comercial cliente antiguo.

Módulo 2:
Evaluar solicitudes microfinancieras

Taller No 1. Mercado objetivo.

Taller No 3. Conocimiento del cliente y sus necesidades.

Manual de Estudio N.° 3

Módulo 1:
Asesorar consumidor microfinanciero

Taller N.° 9. Centrales de información y ley de hábeas data.

Taller N.° 17. Riesgos.

Módulo 2:
Evaluar solicitudes microfinancieras.

Taller N.° 2. SARC.

Manual de Estudio N.° 4

Módulo 1:
Asesorar consumidor microfinanciero

Taller N.° 10. Conceptual de matemáticas financieras.

Taller N.° 11. Interés simple.

Taller N.° 12. Conversión de tasas de interés.

Taller N.° 13. Interés compuesto.

Taller N.° 14. Anualidades.

Taller N.° 15. Amortización.

Taller N.° 16. Cálculo de créditos microfinanciaros y políticas organizacionales.

ESTRUCTURA

Estructura de contenidos de los Manuales de Estudio según talleres del plan de estudio de la carrera

Manual de Estudio N.° 5

Módulo 1:
Asesorar consumidor microfinanciero

Taller N.° 21. Educación financiera para clientes.

Manual de Estudio N.° 6

Módulo 2:
Evaluar solicitudes microfinancieras

Taller N.° 4. Factores de evaluación de solicitudes de crédito.

Taller N.° 5. Contabilidad básica.

Taller N.° 6. Análisis crediticio con énfasis en parámetros cuantitativos.

Taller N.° 7. Análisis cualitativo y organización de la información.

Taller N.° 9. Metodología crediticia como base del análisis de la información del cliente.

Taller N.° 10. Técnicas de comprobación de la información del cliente.

Taller N.° 11. Análisis financiero en la toma de decisiones crediticias.

Taller N.° 12. Indicadores de gestión que avalan la viabilidad de la solicitud crediticia.

Taller N.° 13. Modelo informes microfinancieros.

Taller N.° 14. Desembolso.

Manual de Estudio N.° 7

Módulo 2:
Evaluar solicitudes microfinancieras

Taller N.° 21.
Educación financiera para clientes.

Manual de Estudio N.° 8

Módulo 3:
Recuperar cartera

Taller N.° 1. Administración de cartera.

Taller N.° 2.Clasificación de las obligaciones objeto de la cobranza.

Taller N.° 3. Análisis de la información del cliente en mora.

Taller N.° 4. Comprender ley del consumidor financiero y ley hábeas data.

Taller N.° 5. Estrategias recuperación de cartera y medios. Observaciones.

Taller N.° 6. Manejo de Objeciones. Observaciones.

Taller N.° 7. Proyecciones de pago, acuerdos de pago y políticas de normalización.

Taller N.° 8. Procesos y procedimientos para recaudo de cartera. Informe de cobranzas.

Taller N.° 9. Evaluación de la gestión de cobranza.

INTRODUCCIÓN

El presente Manual de Estudio N. º 4 constituye el cuarto de ocho documentos que se elaboran gracias al apoyo de la Sparkassenstiftung Alemana en Colombia con el objetivo de servir como material complementario y de consulta para los aprendices que se forman en la carrera de Técnico Laboral en Servicios y Operaciones Microfinancieras bajo el modelo de formación dual. Esta carrera es el resultado del trabajo colaborativo entre la Sparkassenstiftung Alemana, el Servicio Nacional de Aprendizaje "SENA", y seis Instituciones microfinancieras que son parte de esta importante iniciativa (Bancamía, Banco Agrario de Colombia, Financiera Comultrasán, Contactar, Fundación delamujer y Mibanco Colombia).

Cabe precisar que este Manual de Estudios N. º 4 abarca contenidos ampliados de siete talleres del Módulo 4: Taller N. º 10, Conceptual de matemáticas financieras; Taller N. º 11, Interés simple; Taller N. º 12, Conversión de tasas de interés; Taller N. º 13, Interés compuesto; Taller N. º 14, Anualidades; Taller N. º 15, Amortizaciones; Taller N. º 16, Cálculo de créditos microfinanciaros y políticas organizacionales.

En este sentido, es importante destacar cómo los contenidos desarrollados en este documento consideran principalmente que el desarrollo del mercado microfinanciero en Colombia deja entrever que el fortalecimiento de las capacidades institucionales de las IMFs toma mayor relevancia ante el crecimiento acelerado del sector en el país. Por esta razón, se hace necesario promover la formación de personal altamente calificado en las instituciones que puedan ofrecer el mejor servicio y asesoría a los y las usuarias de sus productos y/o servicios financieros.

El dominio de las matemáticas financieras es clave en la compresión del sector micro financiero y, en general, del mundo de las finanzas. Cualquier tipo de transacción se hace sobre la base de comparaciones de intereses, capitales, tasas, tiempos, montos y saldos; es a través de ello que se toman las decisiones a la hora de realizar el manejo de los recursos financieros.

A través del desarrollo del temario, se dotará al alumno de las principales herramientas disponibles en la materia, lo cual le permitirá tomar decisiones de forma rápida y acertada, y complementar el conocimiento de la operación de la IMF, optimizando así su labor estratégica en la misma.


%
10 + 2/3 q)
35 − (18q)
(88 + 122)

ESTRUCTURA DEL MANUAL DE ESTUDIO

El presente documento es un material de consulta para los aprendices del programa de formación Técnicos Laborales en Servicios y Operaciones Microfinancieras, y aborda los siguientes temas en los cuales se basa cada capítulo:

Manual de Estudio N.° 4

Módulo 1: Asesorar consumidor microfinanciero

Taller N.º 10 Conceptual de matemáticas financieras.

Taller N.º 11 Interés simple.

Taller N.º 12 Conversión de tasas de interés.

Taller N.º 13 Interés compuesto.

Taller N.º 14 Anualidades.

Taller N.º 15 Amortización.

Taller N.º 16 Calculo de créditos microfinancieros y políticas organizacionales.

Uso del contenido

Este documento es concebido como un manual genérico, donde cada persona o institución tomará y valorará lo conveniente, ajustando lo correspondiente a su realidad y condición.

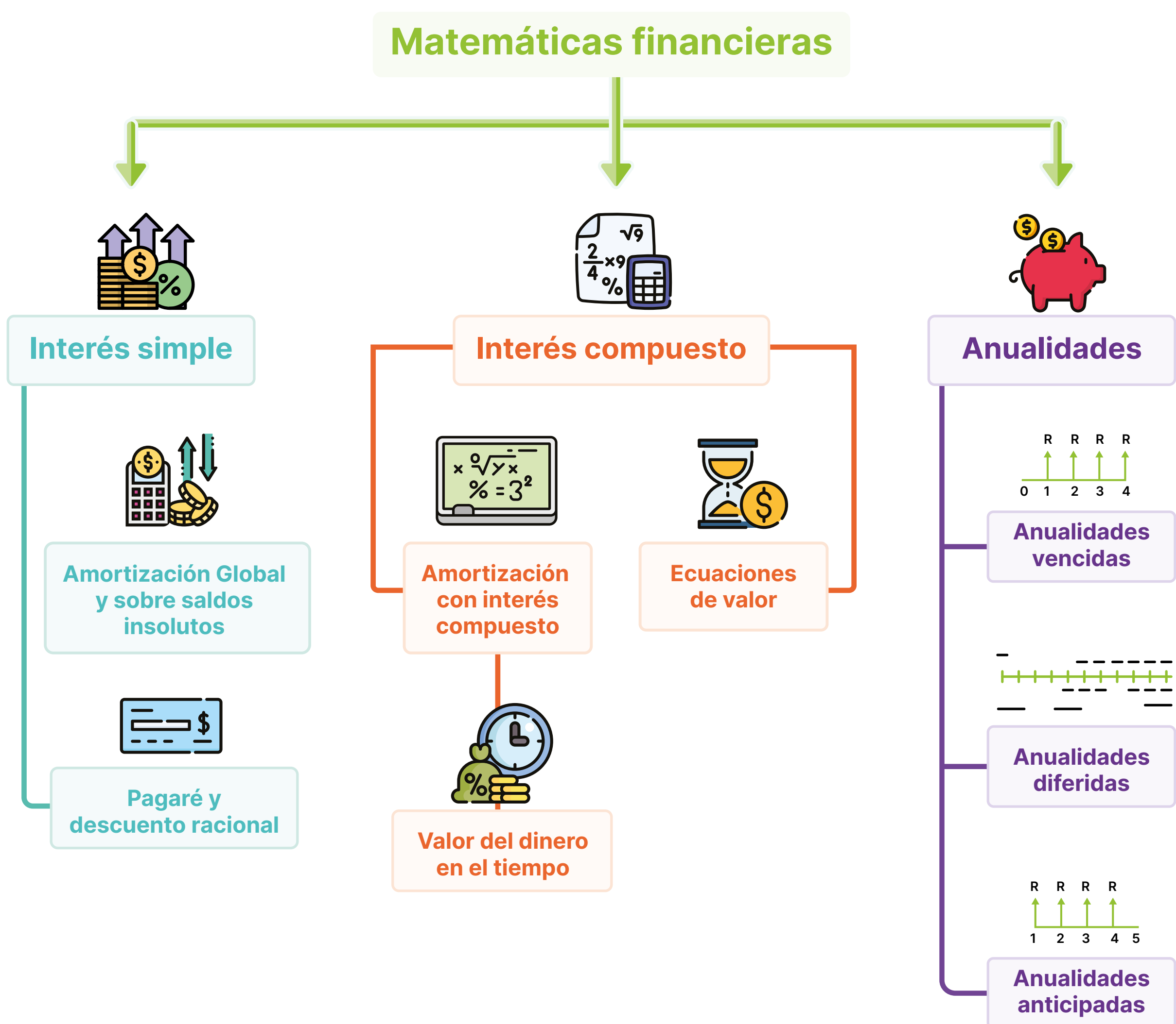
Objetivos

1. Conocer e interpretar las diferentes tasas de intereses del mercado objetivo de las microfinanzas.
2. Utilizar diferentes herramientas de matemáticas para resolver preguntas de financiamiento.
3. Identificar y aplicar las fórmulas generales de interés compuesto.
4. 4Aplicar el concepto del valor del dinero en el tiempo y realizar cálculos de valor presente y valor futuro con interés compuesto.
5. Nombrar los conceptos de tasa de interés nominal.
6. Conocer y aplicar las fórmulas generales de amortización con interés compuesto.

1 MATEMÁTICAS FINANCIERAS

Comprender las matemáticas financieras es clave en el conocimiento integral del sector micro financiero y en general del mundo de las finanzas. Cualquier tipo de movimiento se hace sobre la base de comparaciones de tasas, intereses, tiempos, capitales, montos y saldos; es con base en ellos que se toman las decisiones en el momento de optimizar el manejo de los recursos financieros. A través del desarrollo del taller, se le dará al alumno las bases principales lo cual le permitirá tomar decisiones de forma rápida y acertada, y complementar el conocimiento adquirido, mejorando así su desempeño.

Figura 1 *Estructura del Taller*



Fuente: Carrera Asesor Técnico Financiero – Bloque Temático N°5.

2 | INTERÉS

Cuando una persona utiliza un bien que no es de su propiedad, por lo general debe pagar un valor por el uso de dicho bien. Cabe mencionar que las posibilidades de que todo lo que se posee se pueda rentar son innumerables: casas, automóviles, locales, herramientas, terrenos etc.; al igual que lo anterior, el dinero es un bien que se puede vender y se puede prestar, y al hacerlo se debe pagar un valor por su uso, una renta, en este caso el valor que se paga recibe el nombre de Interés. Por ello, el interés se define como el dinero que se paga por el uso del dinero ajeno. También se puede decir que el interés es el rendimiento que se obtiene al invertir en forma productiva el dinero. El interés se simboliza mediante la letra **I**.

Figura 2

Fuente: Carrera Asesor Técnico Financiero – Bloque Temático N°5

Otra manera de interpretar el interés es el dinero que se recibe como retribución en un tiempo determinado por el dinero prestado, de tal manera que compense la desvalorización de la moneda, y el riesgo en que incurre el dueño del mismo.

El dinero invertido o prestado recibe el nombre de capital o principal, y se simboliza con la letra **C**. El monto o valor futuro se define como la suma del capital más el interés ganado y se simboliza con la letra **VF.** Por tanto, la fórmula es:

$$Vf = P + I$$

EJEMPLO

Pedro obtiene un préstamo de $7,000 y se compromete a devolverlo al cabo de un mes, pagando $200 de interés ¿Qué monto debió pagar?

Solución:

VF = C + I

VF= $7,000 + $200

M = $7,200

2.1 Tasa de Interés

La tasa de interés es el costo que representa obtener el dinero en préstamo, y se expresa como un porcentaje del capital por unidad de tiempo.

Fuente: Carrera Asesor Técnico Financiero – Bloque Temático N°5

La unidad de tiempo regularmente utilizada para expresar las tasas de interés es de un año. De igual manera, las tasas de interés se pueden formular también en unidades de tiempo menores a un año. Es de anotar que si no se especifica la unidad de tiempo en una tasa de interés, se sobrentiende que se trata de una tasa anual.

Existen 2 tipos de interés: simple y compuesto. El interés simple se estudiará a continuación.

2.2 Interés Simple

El interés simple es cuando se paga al final del tiempo pactado entre las dos partes, sin que el capital inicial tenga variación. De acuerdo con lo anterior, quiere decir que el interés no forma parte del capital inicialmente prestado, es decir, los intereses no ganan intereses. El interés simple se utiliza normalmente en los créditos o inversiones a corto plazo. Es de anotar que el interés simple varía de manera proporcional al capital y al tiempo.

Fuente: Carrera Asesor Técnico Financiero – Bloque Temático N°5

EJEMPLO

Suponga que va a invertir $30,000 a un plazo de 3 meses y a una tasa de interés del 1.7 % mensual. De acuerdo con el significado de tasa de interés, el interés que se cobrará por esta inversión será de 1.7 % de $30,000, por cada mes que transcurra, es decir:

1.7 % de 30,000 = (0.017) *(30,000) = $510 cada mes

Si en lugar de retirar el interés cada mes, se conviene que éste se pague al final del plazo establecido, entonces el interés total que se cobrará al final de los tres meses será:

I = (510) *(3) = $1.530

$$I = P * i * t$$

En donde I es el interés simple que se paga o recibe por un capital, P y t es el tiempo transcurrido (plazo) durante el cual se usa o se invierte el capital. La tasa de interés es i.

Al utilizar la ecuación planteada debe tener en cuenta lo siguiente: la tasa de interés y el plazo deben utilizarse en las mismas unidades de tiempo. Si en un problema determinado la unidad de tiempo asociado con la tasa de interés no coincide con la unidad de tiempo utilizado, la tasa de interés o el plazo tienen que convertirse para que la unidad de tiempo coincida. Así, por ejemplo, si en un problema determinado el plazo se expresa en meses, la tasa de interés debe usarse en forma mensual. Asimismo, es importante reiterar que si la tasa de interés se da sin especificar explícitamente la unidad de tiempo, se trata de una tasa de interés anual.

EJEMPLO

Pedro pidió un préstamo en la Cooperativa "Ideal" de $12.000.000 por 4 meses. Si la tasa de interés es del 36% anual simple ¿qué cantidad deberá pagar por el concepto de intereses? ¿cuál es el monto?

Solución

Los datos son:
P = $12.000.000
i= 36% (anual)
t = 4 meses

La unidad de tiempo de i y t no coinciden, por tanto, no es posible aplicar directamente la fórmula de interés simple enunciada con anterioridad. Antes de hacerlo, es necesario convertir la tasa de interés del problema en una tasa mensual, dividiéndola entre 12.
i = 36%/12
i = 3% mensual

Sustituyendo este dato obtenido en la fórmula de interés simple enunciada, se obtiene:
I = P * i*t
I = (12.000.000) *(0.03) *(4)
I = $1.440.000

Lo anterior significa que, al término de cuatro meses Carlos deberá reembolsar el capital ($12.000.000) más los intereses correspondientes ($1.440.000), esto es, deberá pagar un monto de:

M = P + I
M = $12.000.000 + $1.400.000
M = $13.440.000

ACTIVIDAD 1

De acuerdo con la información anterior, realice los siguientes ejercicios de interés simple:

1. Encuentre el interés simple sobre $ 1.250.000.oo para dos años al 5 %.

2. ¿Cuál es el interés simple generado en un plazo fijo, por un capital de $ 10.000.000.oo al 4 % trimestral durante dos años?

3. Hace cuatro años se pidió un préstamo de $ 7.000.000.oo y la cantidad pagada al terminar el periodo del préstamo han sido $ 9.500.000.oo ¿Qué tipo de interés se le aplicó?

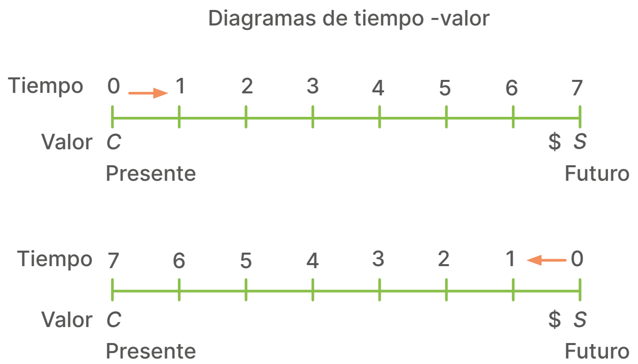
4. Después de tres años, un banco ha pagado en concepto de interés la cantidad de $ 840.000.oo a una persona por depositar un plazo fijo. La tasa de interés ha sido del 2 % anual. ¿Cuál fue el capital inicial con el que se hizo el depósito?

5. ¿Cuál es el capital que se acumulará a $ 715,26 en 15 meses a la tasa de interés simple de 0,055?

2.2.1 Valor Presente de una Deuda

Figura 5

¿Título?



Fuente: Carrera Asesor Técnico Financiero – Bloque Temático N°5

Suponga que el día de hoy recibe un préstamo de $40,000.oo a 10 meses de plazo, con una tasa de interés simple de 2.5 % mensual. El monto de la deuda será:

M = 40,000*(1 + (0.025) *(10))

M = $ 50,000.oo

Por el capital prestado deberá pagar $50,000.oo en diez meses. $ 50,000.oo es el monto o valor futuro de $ 40,000.oo. Recíprocamente se dice que $ 40,000.oo son el valor presente de $ 50,000.oo. Significa entonces que, $ 40,000.oo hoy son equivalentes a $ 50,000.oo dentro de diez meses, a una tasa mensual de 2.5 %.

Por lo tanto, $ 40,000.oo disponibles hoy valen más que $ 40,000.oo disponibles dentro de cualquier tiempo futuro.

Debido a la inflación, el dinero tiene un poder de compra que se va deteriorando conforme pasa el tiempo, por lo tanto, un dólar hoy tiene más valor de compra que un dólar a fecha futura. Esta relación en el tiempo se conoce como valor del dinero en el tiempo y constituye uno de los principales conceptos de matemáticas financieras. Entonces, podemos decir que el valor presente (VP) de un monto o valor futuro (M) que vence en fecha futura, es la cantidad de dinero que, invertida hoy a una tasa dada, producirá un monto (M).

Valor presente o valor actual de una deuda o inversión es el capital calculado en cualquier fecha conveniente, anterior a la fecha de vencimiento de la deuda o inversión, por lo tanto, no siempre coincide con el capital originalmente prestado o invertido.

EJEMPLO

Encuentre el valor presente de $ 16,000.oo que vencen dentro de cinco meses, si la tasa de interés es 27.48 %.

Solución

Obtener el valor presente de una cantidad, equivale a responder esta pregunta: ¿qué cantidad invertida hoy, a una tasa de interés y un intervalo de tiempo dados, producirá un monto conocido?

El valor presente se calcula despejando P de la ecuación de Monto, es decir:

VP = P = M/(1+it)

Sustituyendo:

VP=100.000/ (1+(0.2748) *(5))

VP = $14,356.21

$ 14,356.21 invertidos hoy, durante cinco meses al 27.48 %, se convertirán en $ 16,000.oo. Los $ 14,356.21 no necesariamente corresponden al capital original, es simplemente el valor del dinero cinco meses antes de su vencimiento.

EJEMPLO

Ejemplo

Juan pidió prestado $ 100,000.oo a 6 meses de plazo y una tasa de interés simple de 24 % anual ¿Cuál es el valor presente de la deuda dos meses antes de su vencimiento?

Solución

Como el valor presente es el capital de un monto dado, se debe calcular en primer lugar el monto de la deuda, esto es:

$$M = 100{,}000*(1+((0.24) / 12) *6) = \$\ 120{,}000$$

Por lo tanto, el valor presente de la deuda 2 veces antes de su vencimiento será:

$$VP = 120{,}000 /(1+(0.24)/12)*2 = \$\ 107{,}692.31$$

ACTIVIDAD 2

1. Encuentre el valor presente de 15,000 dólares utilizando una tasa de interés de 0.5 % mensual, 10 meses antes de su vencimiento.

2. Encuentre el valor presente de $ 30,000 que vencen dentro de cuatro meses, si la tasa de interés es 2.5 % mensual.

3.Ana pidió prestado $ 150,000 a ocho meses de plazo y una tasa de interés simple de 27 % anual ¿Cuál es el valor presente de la deuda, dos meses antes de su vencimiento?

2.3 Interés Simple: Comercial y Exacto

Si el tiempo negociado de un préstamo esta dado en días, es preciso convertir la tasa anual a tasa de interés por día. Cuando la tasa anual se convierte a tasa diaria utilizando el año natural (365 días o 366 si es año bisiesto) como divisor en la fórmula del interés simple o del monto, el interés obtenido se llama interés exacto. Cuando se lleva la conversión, utilizando como divisor el número 360, se dice que se está utilizando el año comercial, se llama entonces interés ordinario o comercial.

EJEMPLO

Calcule el interés simple, comercial y exacto de un préstamo de $ 18,300 al 35 % a 48 días de plazo.

a) Interés comercial

I = 18,300 *((0.35/360) *48)

I = $854

b) Interés exacto

I = 18,300 *((0.35/365) *48)

I = $842.30

Como se observa, el interés comercial resulta más elevado que el interés exacto para el mismo capital, tasa de interés y monto. Esta ganancia extra hace que el año comercial sea más usado en los bancos, casas de bolsa y en comercios que venden a crédito.

El año comercial lo utilizan los bancos e instituciones microfinancieras en prácticamente todas las operaciones financieras. El año comercial se debe a una costumbre surgida entre los prestamistas en la Edad Media, que definieron al año comercial en 12 meses de 30 días cada uno. La razón por la cual el año se definió de esta forma no está complemente clara, pero parece que se debe a que los intereses calculados utilizando meses, resultan idénticos al llevar a cabo el cálculo en días. Suponga que se desea calcular los intereses de $ 15,000, prestados al 24 % de interés simple por 3 meses.

I = (15,000) *((0.24/12) *3)

I = $900

Si en lugar de utilizar meses, el cálculo se utiliza en días (3 meses igual a 90 días) y año comercial, entonces:

I = (15,000) *((0.24) /360) *90

I = $900

Si se toma como divisor el 365 (año natural), entonces los intereses resultan diferentes:

I = (15,000) *((0.24) /365) *90

I = $887.67

Atención: el uso del año natural en los cálculos financieros prácticamente no se utiliza. En el desarrollo de la presente unidad al referirse al cálculo de interés simple, se hace referencia al interés comercial.

ACTIVIDAD 3

Resuelva los siguientes ejercicios:

1. Fernando obtiene un préstamo de consumo de $ 20,000 en la Caja de Ahorro "Cosechando Juntos", el día 17 de febrero del 2013 y restituye el capital más intereses el día 17 de junio del 2013. Obtenga el monto ordinario y exacto, si la tasa de interés fue del 3 % mensual.

2. Calcule el interés simple, comercial y exacto de $ 140,000 prestados a una tasa de interés igual a la de LIBOR más 10 puntos, del día 3 de marzo al 14 de agosto. Suponga que la LIBOR se cotiza en 5 % en el momento de contratación del préstamo.

3. Una empresa desea depositar $ 1,000 a un plazo de 180 días. Deberá decidir si invierte en la Cooperativa Bucaramanga que paga 10 % de interés comercial o en el Banco Amazónico que paga 9.8 % de interés exacto. ¿Cuál es la mejor opción?

2.4 Cálculo del Tiempo

En muchas ocasiones, el periodo entre el momento en que se toma un préstamo o se invierte un determinado capital y su vencimiento, se indica mediante fechas. Para calcular el tiempo transcurrido entre dos fechas, se cuentan los días efectivos calendario. Al calcular el número de días se acostumbra a excluir el primer día e incluir el último, sin embargo, esta práctica no es generalizada, ya que algunas veces se cuenta tanto el primer día como el último.

Atención: en todos los ejercicios planteados, a menos que se mencione explícitamente lo contrario, se incluirá el primer día.

De acuerdo con lo anterior, para un préstamo contraído el 25 de enero y liquidado el 26 de abril de un año cualquiera no bisiesto, el tiempo transcurrido es de 91 días como se muestra a continuación:

Tabla 1
Ejemplo Cálculo Días

Enero	**6 días (31-25)**
Febrero	**28 días**
Marzo	**31 días**
Abril	**26 días**
Total	**91 días**

EJEMPLO

Calcule el interés ordinario y exacto de un préstamo por $ 6,850 al 27 % anual, del 13 de septiembre al 12 de diciembre de un año no bisiesto.

Solución
Cálculo de días transcurridos

Tabla 2
Ejemplo Cálculo Días

Septiembre	**17 días (30-17)**
Octubre	**31 días**
Noviembre	**30 días**
Diciembre	**12 días**
Total	**90 días**

Interés ordinario

I = (6850) *((0.27/360) *90)

I = $462.38 Interés exacto

I = (6850) *((0.27/365) *90)

I = $456.04

EJEMPLO

En una institución microfinanciera, la tasa de interés neto para las cuentas de ahorro es del 9.4 %. Jorge abrió una cuenta de ahorros con $ 49,700, el día 3 de mayo del 2019. No realizó depósitos, no hizo retiros posteriores a la fecha de apertura de la cuenta, y el día 29 de mayo del mismo año la canceló. ¿Cuánto recibió Jorge? Utilice el año calendario (365 días).

Solución

Días transcurridos: 29-3 = 26

M = 49,700*(1 + (0.094/365) *26) = $ 50,032.79

3 CONVERSIÓN DE TASAS DE INTERÉS

Las tasas de interés no siempre son iguales, hay que aprender a diferenciar entre las tasas nominales y tasas efectivas, pues esto te llevara a tomar buenas decisiones a la hora de acceder a un crédito.

La Tasa de Interés Efectiva: es la más manejada por las entidades financieras, es una tasa que se utiliza como información en el momento de informar la rentabilidad de las inversiones o de qué porcentaje le costaría obtener un préstamo en una entidad. Esta tasa se representa siempre de manera porcentual. A pesar de que la periodicidad puede ser clasificada de diferentes formas para estas tasas, los periodos más frecuentes a analizar son mensuales y anuales.

La Tasa de Interés Nominal: se expresa de manera anual, y genera intereses de acuerdo con el periodo aplicado (en este caso un año). Esta tasa no es exacta como la efectiva.

Es de resaltar que para calcular la tasa nominal debemos multiplicar la tasa que se quiere convertir por el número de periodos en los que se puede pagar en un año. Estos periodos son:

- Mensual = 30 días
- Bimestral = 60 días
- Trimestral = 90 días
- Cuatrimestral =120 días
- Semanal = 180 días

La tasa de interés anual es conocida como tasa de interés nominal o simplemente tasa nominal. La tasa nominal es la tasa de interés convenido en una operación financiera y queda estipulada en los contratos; por esa razón también se llama tasa contractual.

Se dice que dos tasas de interés anuales con diferentes períodos de capitalización son equivalentes si producen el mismo monto compuesto al final del período dado.

Por ejemplo:

Al invertir $ 1,000 al 25 % capitalizable cada trimestre, el monto al final del período de 2 años será $ 1,624.17. Si el dinero se invierte al 24.372774 % con capitalización quincenal, al final de dos años se tendrá un monto de $ 1,624.17. Este es un ejemplo de tasas equivalentes.

Sea i la tasa de interés anual nominal capitalizable m veces en un año y sea ieq la tasa de interés anual capitalizable q veces en un año. Si se invierte P a la tasa de i %, al cabo de dos años será:

$$F_1=P*(1+(i/m))^{mt}$$

La misma cantidad $ P invertida a ieq % proporcionará al cabo de t años, de:

$$F2=P*(1+(i_{eq}/m))^{qt}$$

Por definición de tasa equivalente:

$$F1=F2$$

Por tanto:

$$P*(1+(i/m))^{mt} = P*(1+(i_{eq}/m))^{qt}$$

Es decir:

$$(1+(i/m))^{mt} = (1+(i_q/q))^{qt}$$

Elevando ambos lados de la igualdad anterior a la potencia 1/qt, se tiene:

$$(1+(i/m))^{mt/qt} = (1+(i_{eq}/q))$$

Por tanto:

$$I_{eq}=[(1/(i/m))^{m/q}-1]*q$$

EJEMPLO

Encuentre la tasa de interés nominal con capitalización semestral que sea equivalente a la tasa de interés del 20 % capitalizable cada mes.

Solución:

Si i = 20% anual, m = 12 y q = 2 entonces:

$I_{eq}=[(1/(0.20/12))^{12/2}-1]*2$

$I_{eq}=0.208520848$

$I_{eq}=0.20852085\%$ anual capitalizable cada semestre.

Una tasa equivalente muy utilizada en diversas situaciones financieras es la tasa de interés anual efectiva o simplemente tasa efectiva, esta tasa es representada por Ie, el interés de esta tasa es capitalizable una sola vez al año y se asemeja a una tasa nominal i capitalizable m veces al año, este rendimiento se recibe al cabo de un año.

Ésta se define como la tasa de interés capitalizable una vez al año que equivale a una tasa nominal de interés i capitalizable m veces al año. La tasa efectiva es la tasa de rendimiento que se obtiene al cabo de un año debido a la capitalización de los intereses, esto es, la tasa efectiva refleja el efecto de la reinversión. También es llamada rendimiento anual efectivo.

La fórmula de la tasa efectiva se obtiene de la ecuación anterioridad, haciendo que l valor de q sea igual a uno.

Fórmula para cálculo de tasa de interés equivalente:

$$I_{eq}=\{(1/(i/m))^{m/q}-1\}*q$$

Fórmula para cálculo de tasa de interés efectiva:

$$i_e=(1+(i/m))-1$$

EJEMPLO

¿Cuál es la tasa efectiva del dinero invertido a una tasa nominal del 21.4 % capitalizable de forma trimestral?

Solución:

i = 21.4%

m = 4 periodos de capitalización al año

((1 + (0.214/4)4-1 = 1.231794214-1 = 23.17% anual

ACTIVIDAD 4

De acuerdo con lo anterior realice lo siguientes ejercicios aplicando la fórmula correspondiente a cada caso:

1. Hallar la tasa efectiva anual, si la tasa nominal es 42 %.

2. Hallar la tasa efectiva, si la tasa nominal es 36 % nominal semestral.

3. Hallar la tasa nominal, si la tasa efectiva trimestral es 8 % ET.

4. Hallar la tasa efectiva diaria, si la tasa nominal es 36 %.

5. Una entidad financiera anuncia una tasa efectiva del 15 %. Encuentre la tasa nominal si la capitalización es mensual.

6. Determine la tasa efectiva de un crédito si la tasa nominal es de 9 % capitalizable bimestralmente.

3.1 Ecuaciones de Valor

Hay ocasiones en las que un deudor desea reemplazar un conjunto de deudas previamente contraídas con un determinado acreedor, por otro conjunto que le sea equivalente, pero con otras cantidades y fechas de vencimiento.

Para lograr lo anterior, es necesario plantear una ecuación de valor. Esta es una igualdad que establece que, la suma de valores de una deuda es igual a la suma de valores de otra deuda, propuesta para reemplazar el conjunto original, una vez que sus valores de vencimiento se han trasladado a una fecha común llamada fecha focal o fecha de valuación.

La ecuación de valor se basa en que el dinero tiene un valor que depende del tiempo. El valor futuro de una cantidad invertida o prestada es mayor que su valor presente debido a los intereses que gana. Inversamente, el valor presente de una cantidad de dinero es menor que su valor futuro, debido al descuento racional que ocurre.

Por tal motivo, dos o más cantidades de dinero no se pueden sumar mientras no se hayan trasladado a la misma fecha focal. Para la comprensión de este tema, se tienen que usar los diagramas del tiempo.

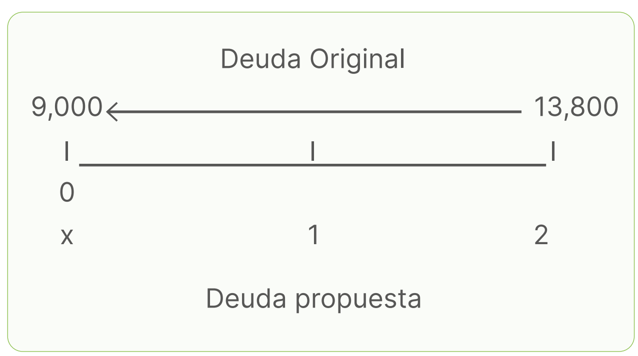
EJEMPLO

Julio tiene una deuda que debe saldarse de la siguiente forma: $ 9,000 en este momento y $ 13,800 dentro de dos meses. Si desea saldar completamente su deuda al día de hoy, ¿cuánto tendrá que pagar si la tasa de interés es 24 % anual, capitalizable cada mes?

Solución:

En primer lugar, se debe establecer la fecha focal, ya que esta es fundamental para la resolución del problema. Si el deudor desea saldar su deuda el día de hoy, no deberá pagar $ 22,800 (suma de 9,000+13,800), pues los $ 13, 800 son valor futuro, mientras que los $ 9,000 vencen hoy. En todo caso, lo que se puede realizar es calcular el valor presente de $ 13,800 y entonces sumarlo a los $9,000. Por ello, el día de hoy puede ser una fecha focal natural, aunque puede elegirse otro momento como fecha focal. El diagrama de tiempo sería el siguiente:

Figura 6 *Deuda Propuesta*



Fuente: Carrera Asesor Técnico Financiero – Bloque Temático N°5

El 0 representa el momento actual o presente y X representa la cantidad total a pagar el día de hoy para saldar la deuda. Observe con detenimiento, que el conjunto original de obligaciones se coloca en la parte superior y la obligación propuesta en la parte inferior. Ello es para tener un orden y poder identificar fácilmente las obligaciones actuales de las propuestas. La flecha indica que el valor futuro ($ 13,800) se traslada al momento actual, debido a que ésta es la fecha focal determinada. Trasladar el valor futuro al momento actual implica el cálculo del valor presente, dos meses antes de su vencimiento, esto es:

$P = (13,800)/((1+(0.24/12))^2$

P=$13,264.13

Una vez trasladado los $ 13,800, todas las cantidades (9,000, 13,264.13, x) se encuentran ya en una fecha común, por lo cual es posible compararlas. Para ello, se puede plantear la ecuación de valor siguiente:

Valor total de las deudas originales = Valor total de las deudas propuestas

9,000+13,265.13 = X

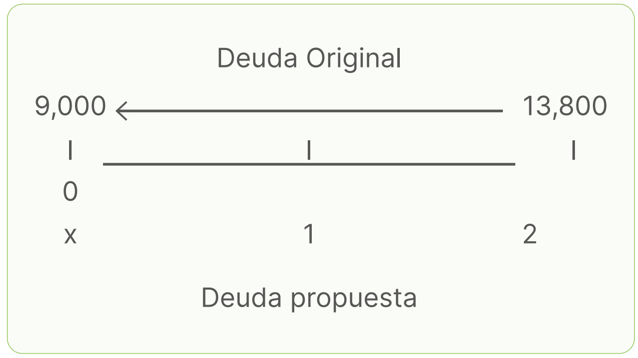
X=$22,265,13

Julio tendrá que pagar $ 22,264 el día de hoy para saldar la deuda contraída. $ 22,264 es el valor equivalente a la deuda original, ya que al recibirla el acreedor puede tomar $ 9,000 que vencen en este momento, y el resto (13,264.13 invertirlo al 24 % anual, capitalizable cada mes por el lapso de dos meses, como se muestra a continuación:

$F = 13,264.13*(1+(0.24/12)^2) = 13,800$

Con el fin de mostrar que la elección de la fecha focal no influye en el resultado, a continuación, se resolverá el ejercicio anterior, tomando en consideración el mes dos como fecha focal.

Figura 6 *Deuda Original*



Fuente: Carrera Asesor Técnico Financiero – Bloque Temático N°5

Una vez trasladados los $ 13,800, todas las cantidades (9,000, 13,264.13, x) se encuentran ya en una fecha común, por lo cual es posible compararlas. Para ello, se puede plantear la ecuación de valor siguiente:

Valor total de las deudas originales = Valor total de las deudas propuestas

9,000+13,264.13 = X

X = $22,264.13

La flecha muestra que las cantidades $9,000 y X se deben trasladar a la fecha focal, los $13,800 ya se encuentran en la fecha focal. Como la fecha focal se encuentra en el futuro con respecto a las dos cantidades que se están trasladando, se calcula el monto (F1) de $90,000 y el monto (F2) de X, a dos meses de plazo.

$F1 = 9,000(1+(0.24/12))^2 = 9,363.60$

$F2 = X * (1+(0.24/12))^2 = 1.0404X$

Al realizar el cambio de las cantidades a la fecha focal, las tres cantidades se encuentran en un punto común, siendo posible plantear la ecuación de valor:

Valor total de las deudas originales = Valor total de las deudas propuestas

F1 +13,800 = F2

9,363.60 + 13,800 = 1.0404x

X = (9,363.60 + 13,800) /1.0404

X = 22,264.13

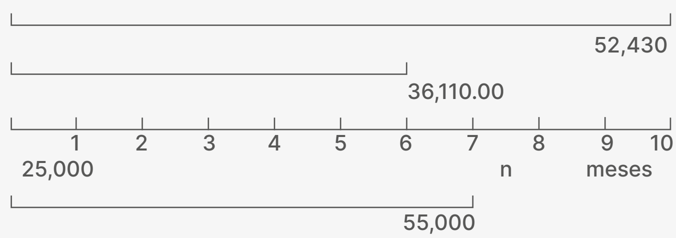
EJEMPLO

Tomás tiene las siguientes deudas: $ 36,110 que pagará dentro de seis meses y $52,430 que debe pagar dentro de 10 meses. El Acreedor espera recibir en abono, el día de hoy, un importe total del $ 25,000 que Tomás tenía disponibles. Si Tomás desea liquidar su adeudo mediante un segundo pago de $ 55,000, ¿cuándo debe hacerlo? La tasa aplicable es del 24 % capitalizable cada quincena.

Solución:

Figura 8

Diagrama Ejercicio Propuesto



Fuente: Carrera Asesor Técnico Financiero – Bloque Temático N°5

El pago de los $ 55,000 se ha fijado en un momento indeterminado n, que en este caso es la incógnita. La fecha focal se determina que sea el momento actual, se empleará la siguiente ecuación de valor:

[36,110 /(1 + (0.24/24)12)] + [52,430 /(1 + ((0.24/24)20)] = 25,00 + [55,000 /(1 + ((0.24/24)n)]

[55,000 /(1+0.01)n] = 50,014.5081

(1+0.01)n = 55,000/50,014.5081 = 1.099680814

n log 1.01 = log 1.099680814

n = log 1.099680814/log 1.01

n = 9.54943719 = 9 quincenas y ocho días

El pago debe realizarse dentro de 9 quincenas y 8 días a partir de la fecha focal, es decir hoy. La fecha en la cual se liquidan un conjunto de deudas, con fechas de vencimiento diferentes se liquida mediante un pago igual a la suma de las deudas, se llama fecha equivalente. El tiempo que debe transcurrir desde el momento actual hasta la fecha equivalente, se denomina tiempo equivalente.

ACTIVIDAD 5

Realice los siguientes ejercicios:

1. Arturo debe a Juan: $ 6,500 que pagará dentro de tres meses, $ 780 dentro de cinco meses y $ 1,130 a pagar dentro de ocho meses. Posteriormente, ellos acuerdan que Arturo liquide sus deudas mediante un pago único al final de seis meses, aplicando una tasa de interés del 20 % anual capitalizable cada mes. Encuentre el valor del pago único.

2.Luis Adquirió un equipo hace dos años y aún quedan dos cuotas por pagar:

$ 10,000 con vencimiento a dos meses.

$ 20,000 con vencimiento a cuatro meses.

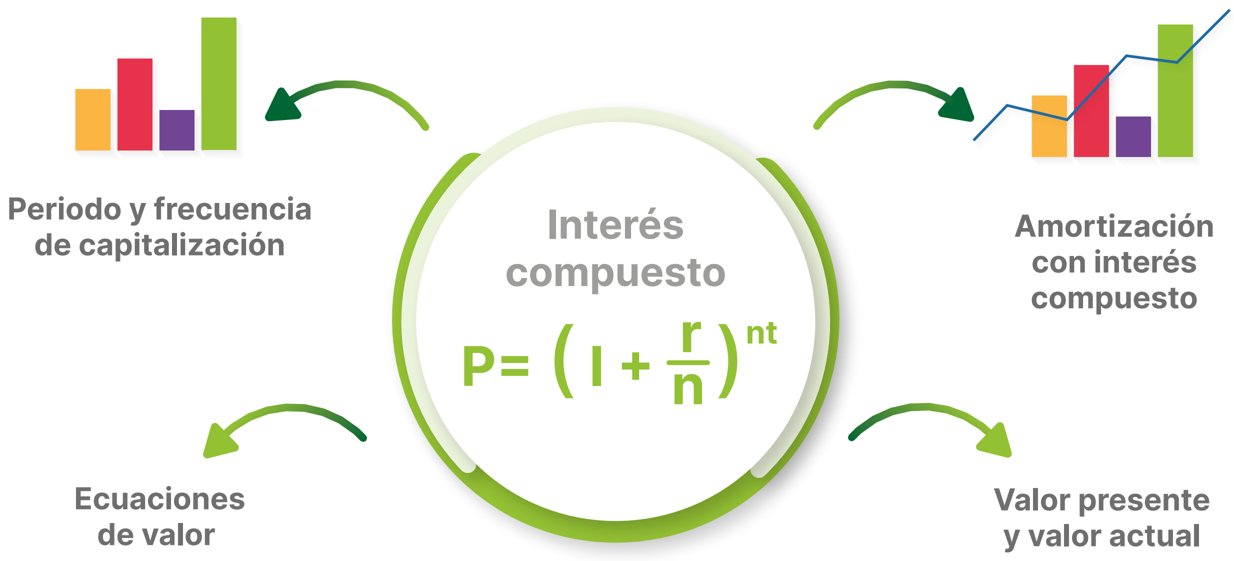
Calcular la cuota única que debe pagar dentro de 3 meses para saldar la deuda sabiendo que la tasa de interés es del 24 % capitalizable mensualmente.

3. Carmen Ruiz recibió $ 78,000.oo prestados con intereses al 24 % anual convertible mensual, comprometiéndose a liquidar dicha deuda mediante tres pagos: $18,000.oo al cabo de 1½ meses, $30,000.oo dentro de cuatro meses y un último pago al cabo de ocho meses. Determine la cuantía del tercer pago y el interés total pagado.

4 INTERÉS COMPUESTO

Figura 9

Interés Compuesto



Fuente: Carrera Asesor Técnico Financiero – Bloque Temático N°5

En el interés simple, el capital que forma el interés permanece constante todo el periodo que dura el préstamo. Al contrario que en el interés compuesto, el interés generado en un tiempo establecido se convierte nuevamente en capital para el siguiente periodo.

Es de aclarar que el interés generado al final del tiempo se suma al capital original, así se forma un nuevo capital y así sucesivamente en cada periodo, el interés simple se va sumando al capital interés. La suma total obtenida al final del periodo o del tiempo pactado se conoce como monto compuesto o valor futuro. A la diferencia entre el monto compuesto y el capital original se le llama interés compuesto, esto es:

$$I = F - P$$

En donde I representa el interés compuesto; F, el monto compuesto y P, el capital original.

Figura 10

¿Título?

Fuente: Carrera Asesor Técnico Financiero – Bloque Temático N°5

El interés compuesto se puede definir como la operación financiera en la que el capital aumenta al final de cada periodo por adición de los intereses vencidos.

4.1 Periodo y Frecuencia de Capitalización

El periodo estipulado para convertir el interés en capital se llama periodo de capitalización o periodo de conversión. Así, por ejemplo, la palabra periodo de capitalización semestral (o periodo de conversión semestral) significa que el interés generado por un cierto capital se capitaliza, es de aclarar que interés se suma al capital al término de cada semestre.

De igual forma, al hablar de un periodo de capitalización mensual, se está indicando que al final de cada mes se capitaliza (se suma al capital) el interés ganado en el mes. El periodo de capitalización se define como el intervalo de tiempo al final del cual se capitalizan los intereses generados en dicho intervalo.

Figura 10

¿Título?

Fuente: Carrera Asesor Técnico Financiero – Bloque Temático N°5

El interés puede capitalizarse anual, semestral, mensual o semanalmente en diferentes periodos. El número de veces que el interés se capitaliza en un año se conoce como frecuencia de capitalización o frecuencia de conversión. Así, la frecuencia de capitalización para una inversión con capitalización de interés cada mes es 12; si la capitalización de los intereses es bimestral, la frecuencia de capitalización es seis y si los intereses se capitalizan trimestralmente, la frecuencia de capitalización es cuatro.

A continuación se presenta una tabla que muestra las frecuencias de capitalización más comunes:

Tabla 3

Frecuencias de Capitalización más Comunes

Si los intereses se capitalizan cada	La frecuencia de capitalización es
Año	1
Semestre	2
Cuatrimestre	3
Trimestre	4
Bimestre	6
Mes	12
Quincena	24
Semana	52
Día	365

En todo problema de interés compuesto, al dar la tasa de interés se debe mencionar enseguida el periodo de capitalización. Por ejemplo:

- 24 % anual capitalizable cada semestre.
- 33 % capitalizable mensualmente.
- 1.45 % mensual capitalizable cada mes.
- 12.3 % trimestral con capitalización quincenal.
- 28 % convertible cada mes.

El periodo de capitalización es un dato preciso en los problemas de interés compuesto. Al efectuar un cálculo de interés compuesto, es necesario que la tasa de interés se exprese en el mismo tiempo que el periodo de capitalización; es decir, la tasa debe convertirse a tasa de interés por periodo de capitalización. Por ejemplo, si en un problema la tasa de interés es del 36 % anual capitalizable cada mes, entonces, a fin de realizar los cálculos, esta se convertirá en tasa mensual:

= 36 % /12 = 3 % mensual capitalizable cada mes

Otro ejemplo: si el problema marca una tasa de 1.5 % quincenal capitalizable cada bimestre, entonces la tasa deberá convertirse a tasa bimestral:

(1.5) *(4) = 6% bimestral capitalizable cada bimestre

Tabla 4

Capitalización

No.	Valor cuota	Interés	Capital	Saldo
0				8.333,33
1	137,97	91,67	46,30	8.287,03
2	137,46	91,16	46,30	8.240,73
3	136,95	90,65	43,60	8.194,43
.				
180	46,81	0,51	46,30	-

EJEMPLO

Luis invierte $ 500,000 al 15 % anual capitalizable cada mes, a un plazo de seis meses. Calcule:

a) El monto compuesto al cabo de 6 meses.
b) El interés compuesto ganado.

La solución continúa en la siguiente columna

c) Compare el monto compuesto con el monto simple.

Solución:

a) Como el período de capitalización es mensual, es necesario convertir la tasa de interés anual a tasa de interés mensual:

i= 15/12=1.25% mensual=
0.0125 por mes.

Tabla 5

Tabla capitalización intereses

Capital original	$ 500,000.00
Interés del primer mes = (500,000)(0.125)(1)=	$ 6,250.00
Monto al final del primer mes	$ 506,250.00
Interés del segundo mes = (506,250)(0.0125)(1)=	$ 6,328.13
Monto al final del segundo mes	$ 512,578.13
Interés del tercer mes = (512,578.13)(0.0125)(1)=	$ 6,407.23
Monto al final del tercer mes	$ 518,985.36
Interés del cuarto mes= (518,985.36)(0.125)(1)=	$ 6,487.32
Monto al final del cuarto mes	$ 525,472.68
Interés del quinto mes= (525,472.68)(0.0125)(1)=	$ 6,568.41
Monto al final del quinto mes	$ 532,041.09
Interés del sexto mes= (532,041.09)(0.0125)(1)=	$ 6,650.51
Monto al final del sexto mes	$ 538,691.60

El monto compuesto obtenido al final de los seis meses es de $ 538,691.60.

El cálculo anterior se puede expresar en forma tabular de la siguiente forma:

Tabla 6

Tabla Monto Compuesto al Final de los Seis Meses

Mes	Capital al inicio del mes	Interés ganado en el mes	Monto compuesto al final del mes
1	$ 500,000.00	$ 6,250.00	$ 506,250.00
2	$ 506,250.00	$ 6,328.13	$ 512,578.13
3	$ 512,578.13	$ 6,407.23	$ 518,985.36
4	$ 518,985.36	$ 6,487.32	$ 525,472.68
5	$ 525,472.68	$ 6,586.41	$ 532,041.09
6	$ 532,041.09	$ 6,650.51	$ 538,691.60

La tabla anterior recibe el nombre de tabla de capitalización.

b) El interés compuesto de la inversión se obtiene usando la ecuación:

I= 538,691.60 – 500,000= $ 38,691.60

c) Si la inversión hubiera sido con interés simple, el monto obtenido sería:

M= 500,000 [1 + (0.0125) *(6)]=$ 537,500

Comparando los dos montos, se observa que el interés compuesto es mayor que el interés simple. Esto se debe a que en el interés compuesto se ganan intereses sobre los intereses capitalizados.

Debido a la capitalización de los intereses, el monto compuesto crece en forma geométrica, mientras que en el monto simple crece en forma aritmética.

El ejemplo mostró la forma de calcular el monto compuesto utilizando la fórmula del interés simple. Esta forma de calcular el monto compuesto es laboriosa y tardada. A fin de abreviar, a continuación se deduce una fórmula que permitirá obtener el monto compuesto de manera directa.

Sea P un capital invertido a la tasa de interés compuesto i por periodo de capitalización. Se desea obtener el monto compuesto F al cabo de n periodos de capitalización.

Tabla 7

Tabla Interés Compuesto

Número de periodo de capitalización	Capital al inicio del periodo	Interés ganado en el periodo	Monto compuesto al final del periodo
1	P	Pi	P + Pi= P*(1+i)
2	P*(1+i)	P*(1+i) i	P*(1+i) + P*(1+i) i = P*(1+i) [1+i] = $P*(1+i)^2$
3	P*(1+i) 2	P*(1+i)2 i	P*(1+i)2 + P*(1+i)2 i = P*(1+i)2 [1+i] = $P*(1+i)^3$
4	P*(1+i) 3	P*(1+i)3 i	P*(1+i)3 + P*(1+i)3 i = P*(1+i)3 [1+i] = $P*(1+i)^4$

En la tabla anterior se observa que el monto compuesto al final del primer periodo es P*(1 + i); el monto compuesto al final del segundo periodo es P*(1 + i)2 ; el monto compuesto al final del tercer período es P*(1 + i)3; y así sucesivamente, de tal forma que al final de n períodos de capitalización el monto compuesto lo da la fórmula:

$$F = P(1 + i)^n$$

En donde F es el monto compuesto o valor futuro de un capital original P, i es la tasa de interés por medio de capitalización (expresada en forma decimal) y n es el número total de períodos de capitalización.

EJEMPLO

Determine el monto compuesto después de 4 años, si se invierten $ 100,000 a una tasa del 18 % con capitalización trimestral.

Solución

La tasa de interés dada es anual y el periodo de capitalización es trimestral. Por tanto, la tasa de interés por medio de capitalización es:

i =18/4 =4.5% trimestral capitalizable cada trimestre

El tiempo de inversión es de cuatro años, esto es, 16 trimestres, ya que un año consta de cuatro trimestres. Por tanto, hay 16 períodos de capitalización.

Sustituyendo los valores numéricos en la ecuación de valor futuro o monto, se tiene:

F = 100,000*(1+0.045)16 = 100,000*(1.045)16

La expresión anterior se puede evaluar utilizando logaritmos o de manera directa, mediante una calculadora científica o financiera.

F =$202, 237

EJEMPLO

¿Qué cantidad de dinero se habrá acumulado al cabo de 10 años si se invierten $ 28,000 al 1 % mensual con intereses capitalizables cada bimestre?

Solución

La tasa de interés es del 1 % mensual, pero pagadera cada bimestre; por tanto, se paga 2 % en cada periodo bimestral.

Como el tiempo total de inversión es de 10 años, el número total de periodos de capitalización (n) será de 60 bimestres, ya que cada año consta de seis bimestres.

Al sustituir los datos en la fórmula de monto, se tiene:

F= 28 000 (1 + 0.02)60

F= $ 91, 868.86

EJEMPLO

¿Qué interés producirá un capital de $ 50,000 invertido al 15 % anual compuesto cada 28 días, en dos años? Utilice el año calendario de 365 días.

Solución

La frase compuesta cada 28 días significa capitalizable cada 28 días. La tasa de interés por periodo de capitalización se obtiene de la siguiente forma:

Un año tiene 365/28 =13.03571429 periodos de 28 días. Por tanto, la tasa de interés por periodo de capitalización será:

15% /13.03571429 =1.150684931%
por periodo (de 28 días)

La solución continúa en la siguiente página

En dos años de inversión, se tendrán (2) * (13.03571429) =26.07142858 periodos de capitalización.

Al sustituir los datos en la ecuación de valor futuro o monto, se tiene:

F=50,000(1+0.01150684931)26.07142858

F=$67,377.43

Por tanto:

I=67377.43 – 50 000 =$17 377.43

EJEMPLO

Cuando se realizó el depósito, el banco pagaba 16.8 % capitalizable cada trimestre. Tres años y medio después, la tasa cambió a 14 % capitalizable cada mes. Calcule el monto al finalizar los cinco años.

Solución:

Se calcula el monto que se obtiene en 3.5 años (14 trimestres), cuando la tasa de interés es del 16.8 % anual con capitalización trimestral:

F= 200 000 (1 + 0.168/4)14=$355777.16

El monto final se obtiene considerando que $ 355777.16 es el capital invertido por un año y medio (18 meses) a la tasa del 14 % capitalizable cada mes:

F=355777.16 (1 + 0.14/12)18=$438 381.27

ACTIVIDAD 6

Realice la siguiente actividad teniendo en cuenta lo visto anteriormente.

1. ¿A qué tasa efectiva semestral equivale una tasa nominal anual del 18 % con capitalización trimestral?

2. Halle la cantidad que es necesario depositar en una cuenta que paga el 8.25 % con capitalización trimestral, para disponer de $ 25,000 al cabo de 12 años.

3. Se ha depositado en una cuenta de ahorros $ 600,000 para retirarlos ocho meses después. Si la entidad ofrece una tasa de interés compuesto bimestral del 1.55 %. ¿Cuál será el valor que se puede retirar al final del plazo pactado?

4. ¿Qué monto debe dejarse en letras con vencimiento dentro de 38 días, si después de descontarlas se requiere disponer de un importe neto de S/. 20 000, sabiendo que el banco cobra una tasa de interés compuesto mensual del 3.5 %?

4.2 Valor Presente y Valor Futuro con Interés Compuesto

El valor presente o valor actual de una cantidad de dinero a interés compuesto, tiene un significado igual al del interés simple. Esto, es el valor presente de un monto (F) que vence en fecha futura, es la cantidad de dinero que invertida hoy a una tasa de interés dada, producirá el monto F después de varios periodos de capitalización.

Figura 12
¿Título?

Fuente: Carrera Asesor Técnico Financiero – Bloque Temático N°5

El concepto de valor presente es uno de los más útiles en la matemática financiera, ya que permite obtener el valor que tiene en el momento actual un conjunto de cantidades que han de vencer en el futuro. Para calcular el valor presente de un monto compuesto conocido, se despeja P de la ecuación de monto para interés simple, como se ilustra en el siguiente ejemplo.

EJEMPLO

¿Cuál es el valor de $ 16,000 que vencen dentro de dos años, si la tasa de interés es de 38 % y los intereses se capitalizan cada bimestre?

Solución:

La tasa de interés es del 38 % anual, es decir, 38/6 % bimestral. Si en dos años hay 12 bimestres, el número total de capitalizaciones será 12. Al despejar P de la ecuación de valor presente y sustituir los valores numéricos, se obtiene:

VP = P = F/(1+i)n = 16,000/ (1+0.38/6)12 = 16000 (1+0.38/6)-12

P=$7,657.50

Al invertir $ 7,657.50 en este momento, al cabo de dos años se tendrán $ 16,000, siempre y cuando la tasa de interés sea del 38 % con capitalización bimestral.

En otras palabras, $ 16,000 son el valor futuro de $ 7,657.50, si la tasa de interés es de 38 % anual, capitalizando los intereses en 12 períodos bimestrales.

EJEMPLO

Ramón recibió una herencia de medio millón de pesos y quiere invertir una parte de este dinero en un fondo de jubilación. Piensa jubilarse dentro de 25 años y para entonces desea tener un monto de $ 12,000,000 en el fondo.

¿Qué parte de la herencia deberá invertir ahora si el dinero estará ganando una tasa de interés compuesto cada mes del 13.25% anual?

Solución

F=$12,000 ,000

i=13.25% anual 13.25/12% mensual

n= (25) (12) =300 meses

P = 12,000,000/ (1+0.1325/12)300 =
$ 445,107.66

EJEMPLO

En la compra de un automóvil, el señor García da un enganche de $ 20,000 y acuerda pagar $ 106, 577.73 cuatro meses después (cantidad que incluye los intereses por el financiamiento). Si la tasa de interés es del 35 % ¿cuál es el precio de contado del automóvil?

Solución

A los $ 106,577.73 se deben descontar los intereses del financiamiento y a la cantidad resultante se le suma el anticipo. Es decir, el precio de contado del automóvil es el anticipo más el valor presente de $ 106,577.73:

Precio de contado del automóvil= 20 000 + 106,577.73/(1 + 0.35/12)4 = $ 115,000

EJEMPLO

Mario está vendiendo un apartamento y recibe las siguientes ofertas:

- Carlos le ofrece $ 210,000 de contado.
- Pedro le ofrece un anticipo de $ 100,000 y el saldo en dos pagares de:
- $ 7,430 cada uno, a seis y 10 meses de plazo.

Si Mario puede invertir al 1.2 % mensual con capitalización mensual, ¿cuál alternativa le conviene más?

Solución

Para comparar las alternativas, es necesario trasladar todas las cantidades al mismo instante. Aunque la fecha de comparación puede ser cualquiera, es usual tomar el tiempo presente, ya que es el momento en que se toma la decisión.

La solución continúa en la siguiente columna

El valor presente de la primera alternativa es $ 210,000 y el valor presente de la segunda es

VP=100,000+71,430/(1+0.012)6+71,430/(1+0.012)10=$229,894.31

A Mario le conviene aceptar la oferta de Pedro, ya que es $ 19,894.31, mayor que la oferta de Carlos en el momento actual. Es necesario tener en mente que una modificación en la tasa de interés y/o en el tiempo puede conducir a una decisión distinta.

EJEMPLO

¿A qué tasa de interés compuesto se deben depositar $ 11,500 para disponer de $ 13,000 en un plazo de 15 meses? Considere que los intereses se capitalizan cada quincena.

Solución

La solución se obtiene despejando i de la ecuación de valor futuro, lo cual puede hacerse de dos formas distintas:

Método 1:

$$F=P*(1+i)n$$

$$F/P=(1+i)n$$

Sacando raíz n-esima a ambos de la igualdad: $\sqrt[n]{\frac{F}{P}} = 1+i$

Por tanto:

$$i = \sqrt[n]{\frac{F}{P}} -1$$

En este caso:

P= $ 11,500

F= $ 13,000

La solución continúa en la siguiente página

n= 30 quincenas
Sustituyendo los valores numéricos:

$$i= \sqrt[30]{\frac{13000}{11500} -1}$$

$$i= \sqrt[30]{1.130434783-1}$$

=0.004095106
= 04095106% quincenal

i= (0.4095106) *(24) =9.8283 % anual

Método 2

F=P*(1+i^()n)

Aplicando logaritmos decimales a ambos lados de la ecuación anterior y utilizando las leyes de los logaritmos, se tiene:

logF=logP + nlog (1+i)

log F – log P=n log(1+i)

Por tanto:

log (1+i) =log F − log P/ n

Al sustituir los valores numéricos en la expresión anterior se obtiene:

Log (1 + i)= log 13,000 – log 11,500/30
= 0.00177485

Por tanto:

1 + i= antilog0.00177485=10^0.00177485

1 + i =1.004095106

i = 0.004095106=0.4095106 % quincenal

i = 9.8283 % anual

EJEMPLO

En el mes de enero de 2004 la renta diaria de películas en DVD era de $ 24, en el video club Aristos. Durante el año, la renta se incrementó al final de cada trimestre de la siguiente manera:

Tabla 8
Incremento Arriendo

Trimestre	Porcentaje de incremento
1	10%
2	7%
3	6%
4	4%

a) Calcule la renta diaria de una película a principios de enero de 2005.

b) Calcule el porcentaje total de aumento en el año.

c) Calcule la tasa trimestral promedio de incremento en el precio de la renta.

Solución:

a) Al tener tasas variables, la ecuación de valor futuro no sirve. El problema se resuelve en partes, trimestre a trimestre, como se muestra en la siguiente tabla:

La solución continúa en la siguiente página

Tabla 9
Tabla Incremento Tasas Variables

Trimestre	Renta al inicio del trimestre	Incremento al final del trimestre	Renta al final del trimestre
1	\$24.00	\$2.40	\$26.40
2	\$26.40	\$1.85	\$28.25
3	\$28.25	\$1.70	\$29.65
4	\$29.65	\$1.20	\$31.15

A principios de enero de 2005, la renta diaria de películas en DVD costaba \$ 31.15.

b) El aumento total en el año fue de 31.15 – 24=\$ 7.15. Si x es el porcentaje total de incremento en el año, entonces:

c) La tasa trimestral promedio es aquella tasa constante, que aplicada 4 veces en el año, convierte la renta diaria de \$ 24.00 en \$ 31.15. Por tanto, aplicando la ecuación desarrollada en el tema Interés Simple, se tiene:

$$i= \sqrt[n]{F/P}-1 = \sqrt[4]{31.15/24}-1 = 1.067361914-1$$

i=0.067361914 por trimestre = 6.7362% trimestral en promedio

(x)(24)=7.15

La renta diaria de películas aumento un 6.7362 % cada trimestre en promedio.

ACTIVIDAD 7

Resuelva los siguientes ejercicios:

1. Se estima que, en las condiciones económicas actuales, una casa cuyo valor, en este momento, es de $ 80,000, aumentará su valor cada año un 7 % sobre el valor del año anterior. ¿Cuál será su valor final al cabo de ocho años?

2. Calcule el valor presente de $ 14,986.15, a pagar dentro de 5 meses, si la tasa de interés es de 2.25 % mensual, capitalizable cada quincena.

3. Un padre de familia desea tener $ 10,000 disponibles para cuando su hija ingrese a la Universidad, dentro de 3 años, para costear los 3 primeros meses de su carrera. ¿Qué cantidad deberán consignar hoy en el banco, de tal manera que dentro de 3 años tenga los 10,000? La tasa que le paga el banco es del 13 % con capitalización bimestral.

5 Anualidades

Anualidad se define como los pagos realizados, estos pagos son generalmente iguales y son realizados en intervalos de tiempo iguales. El término anualidad parece implicar que los pagos se efectúan cada año, sin embargo, esto no es necesariamente así, ya que los pagos pueden ser mensuales, quincenales, semestrales, etcétera.

Figura 13
¿Título?

Fuente: Carrera Asesor Técnico Financiero – Bloque Temático N°5

Son ejemplos de anualidades: el cobro quincenal del sueldo, el pago mensual de un crédito hipotecario, los bonos mensuales para comprar una computadora a crédito, el pago anual de la prima del seguro de vida, los dividendos semestrales sobre acciones, los depósitos bimestrales efectuados a un fondo de jubilación, etcétera.

El concepto de anualidad es muy significativo en matemáticas financieras, ya que es usual que las transacciones comerciales involucren una serie de pagos hechos en momentos iguales de tiempo, en vez de un pago único realizado al final del plazo.

Los términos de renta, pago periódico, abono u otros, se pueden manejar en lugar de anualidad. El tiempo transcurrido entre dos pagos sucesivos se llama periodo de pago o periodo de renta. El periodo de pago puede ser anual, semestral o mensual, entre otros. Al tiempo que transcurre entre el inicio del primer periodo de pago y el final del último se llama plazo de la anualidad.

EJEMPLO

Una persona compra un televisor pagando 12 mensualidades de $ 485.00 cada una. Identifique la anualidad, el periodo de pago y el plazo de la anualidad.

Solución

La anualidad, pago periódico o abono es de $485.00. El periodo de pago es un mes y el plazo de la anualidad es de un año.

5.1 Tipos de anualidades

Existen cuatro formas de clasificar las anualidades:

1. Utilizando el tiempo como criterio de clasificación, pueden ser:

Tabla 9
Tipos de Anualidades

Ciertas	Contingentes
Una anualidad cierta es aquella en la cual los pagos comienzan y terminan en fechas perfectamente definidas. Por ejemplo, al comprar un televisar a crédito en una tienda departamental, se establecen de antemano las fechas de iniciación y terminación del crédito.	Una anualidad contingente es aquella en la cual la fecha del primer pago, la fecha del último pago o ambas dependen de algún suceso que se sabe que ocurrirá, pero no se sabe cuándo. Por ejemplo, el contrato de un seguro de vida establece que la suma asegurada se entregue al beneficiario del seguro en 12 pagos mensuales iguales. Se sabe que los pagos deben efectuarse al morir el asegurado, pero, ¿Cuándo va a morir? Las anualidades contingentes no se revisarán en la unidad

2. Utilizando los pagos o abonos como criterio de clasificación, pueden ser:

Tabla 10
Tipos de Anualiadades

Vencidas	Anticipadas
Las anualidades vencidas llamadas también anualidades ordinarias, son aquellas cuyos pagos se realizan al final de cada periodo del pago.	Las anualidades anticipadas son aquellas cuyos pagos se realizan al principio de cada periodo de pago.

3. Utilizando los intereses como criterio de clasificación, pueden ser:

Tabla 11
¿Título?

Simples	Generales
Una anualidad simple es aquella cuyo periodo de pago coincide con el periodo de capitalización de los intereses. Por ejemplo, realizar depósitos mensuales en una cuenta de ahorro que paga interés capitalizable cada mes.	Una anualidad general es aquella cuyo periodo de pago no coincide con el periodo de capitalización de los intereses. Por ejemplo, cuando se realizan depósitos quincenales en una cuenta de ahorro cuyos intereses se capitalizan cada mes.

4. Por último, si se utiliza el momento de iniciación de la anualidad como criterio de clasificación, pueden ser:

Tabla 12
Tipos de Anualiadades

Inmediatas	Diferidas
La anualidad inmediata es aquella en la que no existe aplazamiento alguno de los pagos, es decir, los pagos se realizan desde el primer periodo de pago.	Una anualidad diferida es aquella en la cual los pagos se aplazan por un cierto número de periodos. Por ejemplo, se compra hoy a crédito una bicicleta estacionaria, la cual se pagará mediante 12 abonos mensuales y el primer pago se llevaría a cabo después de 3 meses

Teniendo en cuenta un distintivo de cada uno de los diferentes criterios de clasificación, es posible formar 16 tipos diferentes de anualidades. Por ejemplo:

- Anualidades ciertas, simples, vencidas e inmediatas.
- Anualidades contingentes, generales, vencidas y diferidas.
- Anualidades ciertas, simples, anticipadas y diferidas, etcétera.

De los 16 tipos de anualidades que se pueden formar, las más usuales son:

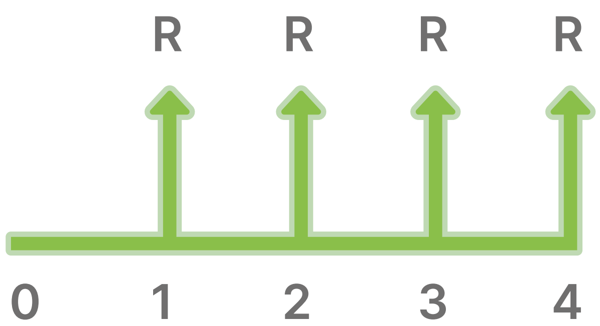
- Las anualidades ciertas, simples, vencidas e inmediatas, conocidas simplemente como anualidades vencidas.
- Las anualidades ciertas, simples, anticipadas e inmediatas, conocidas simplemente como anualidades anticipadas.

- Las anualidades ciertas, simples, vencidas (o anticipadas) y diferidas, conocidas simplemente como anualidades diferidas.

5.1.1 Anualidades Vencidas

Figura 14

¿Título?



Fuente: Carrera Asesor Técnico Financiero – Bloque Temático N°5

De los 16 tipos de anualidades existentes, las anualidades ciertas, simples y vencidas e inmediatas son unas de las más utilizadas en el mundo financiero. Es común referirse a este tipo de anualidades como anualidades vencidas u ordinarias. El monto de una anualidad vencida es el valor acumulado de una serie de pagos iguales efectuados al final de cada periodo de pago. A continuación, se presenta un ejemplo del cálculo del monto de una anualidad vencida.

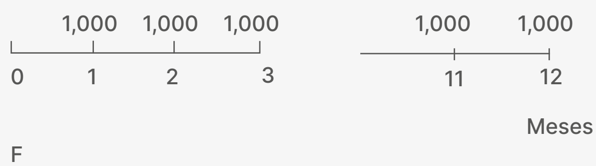
Valor futuro de una anualidad vencida.

EJEMPLO

Suponga que se depositan $ 1,000.00 al final de cada mes en un banco que paga una tasa de interés 1.5 % mensual capitalizable cada mes. ¿Cuál será el monto al finalizar un año?

Figura 15

Diagrama Flujo Mensual Capitalizable cada Mes



Fuente: Carrera Asesor Técnico Financiero – Bloque Temático N°5

Donde F es el monto de la anualidad.

Observe que, el cero en el diagrama de tiempo corresponde al momento actual y coincide con el inicio del mes 1. El numero 1 marcado en el diagrama de tiempo corresponde al final del mes 1 y coincide con el inicio del mes 2 y así sucesivamente.

Al diagrama de tiempo anterior, también se le conoce como diagrama de flujo de efectivo. Se denominan flujos de efectivo a las entradas y salidas de dinero.

En este ejemplo, se tiene un flujo de efectivo de $ 1,000.00 mensuales, durante 12 meses. Debido a que los depósitos se realizan al final de cada mes, los primeros $ 1,000.00 ganarán intereses por 11 meses, los segundos $ 1000.00 ganaran interés por 10 meses, etc. El último depósito no gana interés. El monto de la anualidad es la suma de todos los depósitos mensuales y su correspondiente interés compuesto acumulado hasta el término del plazo. Si la fecha focal se localiza en el doceavo mes, el monto de la anualidad viene dado por la siguiente ecuación de valor:

F=1,000*(1.015)11+1,000*(1.015)10+1,000*(1.015)9+……+1,000*(1.015) +1,000

F=1,000*[(1.015)11+1,000*(1.015)10+1,000*(1.015)9+…+(1.015) 1]

F = $ 13,041.21

El interés compuesto ganado por la anualidad es la diferencia entre el monto y el total depositado:

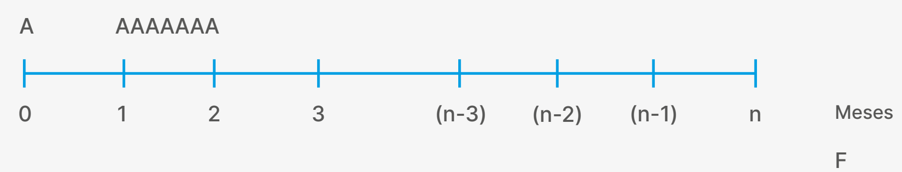
Interés ganado =13 041.21 – (1000) *(12) = $ 1,041.21

Cuando el número de pagos o depósitos es muy grande, el método anterior para obtener el monto de la anualidad resulta muy laborioso. A continuación, se deducirá la fórmula general para obtener el monto o valor futuro de una anualidad cierta, simple, vencida e inmediata.

Considere una anualidad vencida en donde A es el pago o depósito hecho al final de cada uno de n periodos. Sea i la tasa de interés por período expresada en forma decimal. El diagrama de tiempo es:

Figura 16

Diagrama de Tiempo



Fuente: Carrera Asesor Técnico Financiero – Bloque Temático N°5

Ya que el primer pago se realiza al final del primer periodo, ganará intereses por (n-1) periodos. El segundo pago ganará intereses por (n-2) periodos, etc. El pago final no genera intereses. Si la fecha local se localiza en el periodo n, entonces, el monto o valor futuro de la anualidad viene dado por:

$$F=A*(1+i)^{N-1} + A*(1+i)^{N-2} + A*(1+i)^{N-3} +.......+ A*(1+i)^{3} + A*(1+i)^{2} + A*(1+i) +A$$

Factorizando:

$$F=A*[(1+i)^{N-1} + A*(1+i)^{N-2} + A*(1+i)^{N-3} +.......+ A*(1+i)^{3} + A*(1+i)^{2} + A*(1+i) +1]$$

Los términos de la expresión entre corchetes forman una sucesión geométricamente, en donde:

a1 = 1

r=(1+i)

Aplicando la ecuación para la suma de n términos de una sucesión geométrica se obtiene:

$$SN = (a1*(1-rn)/(1-r)) = 1*[1-(1+i)^{n}] = 1-(1+1)^{n}/-i = (1+n)^{n} – 1/i$$

Como:

$$((1+i)n – 1/n = [1-(1+i)+ (1+i)^{2} +(1+i)^{3}+(1+i)^{n-3} +(1+i)^{n-2} + (1+i)^{n-1}]$$

Entonces:

$$F=A *[((1+i)^{n} – 1)/i]$$

La ecuación es la fórmula general para obtener el monto o valor futuro de una anualidad vencida.

EJEMPLO

Resuelva el ejemplo dado al principio de la unidad usando la ecuación deducida.

Solución

A=1,000 pesos mensuales

i=1.5% mensual=0.015 por mes

n=12 meses

F=1000*[((1+0.015)12-1)/0.015]= 1,000*[(1.195618171 – 1)/0.015]

F= $ 13,041.21

EJEMPLO

El papá de un niño de 10 años empieza a ahorrar para que su hijo pueda estudiar una carrera universitaria. Planea depositar $ 2,000.00 en una cuenta de ahorro al final de cada mes durante los próximos ocho años. Si la tasa de interés es del 9 % anual:

a) ¿Cuál será el monto de la cuenta al cabo de ocho años?

b) ¿De cuánto serán los intereses?

Solución

a) Debido a que en la presente unidad se manejan únicamente problemas de anualidades simples, no es requisito fundamental mencionar el período de capitalización; se sobrentiende que este coincide con el período de renta. Por tanto, el período de capitalización es mensual.

A=$ 2,000

i= 9 % anual = 0.75 % mensual

n = (8 años) *(12 meses/año)=96 meses

F = 2,000*[((1 + 0.0075)96-1) /0.0075]= 2,000*[(2.048921228-1)/0.0075]

F= $ 279,712.33

b) En 8 años, el papá deposita un total de ($ 2,000 por mes) (96 meses) = $ 192,000

Por tanto, el interés ganado será:

I=279,712.33-192,000= $ 87,712.33

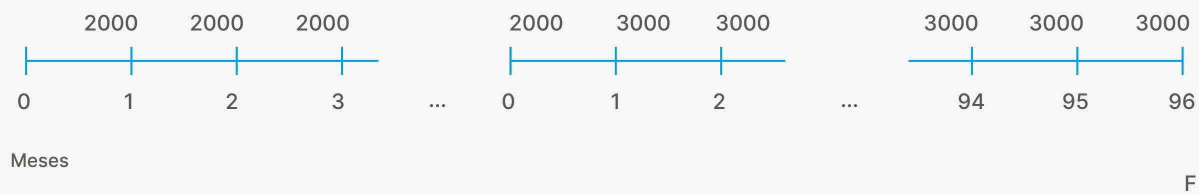
EJEMPLO

Con referencia al ejemplo anterior, suponga que el depósito de $ 2,000 mensuales se efectúa únicamente por 5 años y el resto del tiempo se depositan $ 3,000 mensuales. Obtenga el monto final y el interés ganado.

Figura 17

Diagrama de Tiempo

El diagrama de tiempo es:



Fuente: Carrera Asesor Técnico Financiero – Bloque Temático N°5

F es el monto obtenido al final del plazo. El problema se resuelve en tres partes.

Parte 1

Se calcula el monto de $ 2,000 mensuales por 5 años (60 meses).

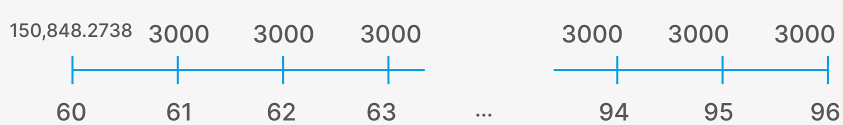
F1=2,000*[((1+0.0075)60-1)/0.0075] = 150,848.2738

Parte 2

Al final de los 5 años se tiene un monto de $ 150,848.2738. Lo anterior se muestra en el siguiente diagrama de tiempo:

Figura 18

Diagrama de Tiempo



Fuente: Carrera Asesor Técnico Financiero – Bloque Temático N°5

EJEMPLO

A continuación, se obtiene el monto de $ 150,848.2738 por 3 años (36 meses), mediante la fórmula de interés compuesto:

F2= 150,848.2738*(1+0.0075)36 = $ 197,406.8952

Parte 3

Se calcula el monto de la anualidad de $ 3,000 mensuales durante 3 años (36 meses):

$F3 = 3,000*[((1+0.0075)^{36}-1)/0.0075] = \$123,458.1484$

El monto total al final de los 8 años será la suma de F2 y F3 = F=F2+F3 = $197,406.8952+$123,458.1484

F= $ 320,685.05

En ocho años el papá deposita un total de ($ 2,000 por mes) (60 meses) + ($ 3,000 por mes) (36 meses) = $ 228,000. Por tanto, el interés ganado será:

I = 320,865.05 – 228,000 = $ 92,865.05

Es posible calcular el monto en un solo paso, planteando una ecuación de valor. Si se toma como fecha focal el mes 96, se forma la siguiente ecuación de valor

$F=2,000*[((1.00759)^{60}-1)/0.0075]=(1.0075)^{36}+3,000[((1.0075)^{36}-1/0.0075]$

F = 197,406.8953 + 123,458.1484

F= $ 320,865.05

5.1.1.1 Valor Presente de una Anualidad Vencida

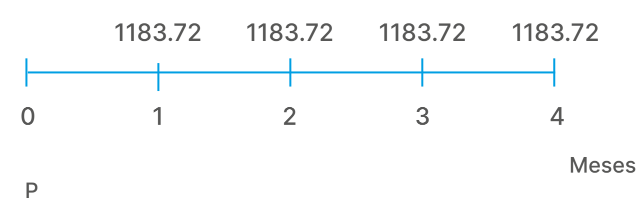
Hasta el momento se ha determinado el valor futuro de una anualidad vencida. Ahora, se explicará la metodología para determinar el valor presente o valor actual de una anualidad vencida, esto significa el valor inicial.

Valor presente de una anualidad, se define como la suma de los valores presentes de todos los pagos. Por ejemplo, una persona va a liquidar una deuda mediante cuatro pagos mensuales de $ 1,183.72 cada uno, que incluyen intereses del 3 % mensual con capitalización cada mes. Se desea obtener el valor presente de los pagos, es decir, el valor presente de la anualidad.

Figura 19

Diagrama de Tiempo

El diagrama de tiempo es:



Fuente: Carrera Asesor Técnico Financiero – Bloque Temático N°5

Donde P es el valor presente de los pagos o valor presente de la anualidad. Si la fecha focal se localiza en el momento actual, entonces, se puede formar la siguiente ecuación de valor:

P= (1,183.72/1.03)+(1,183.72/(1.03)2)+(1,183.72/(1.03)3)+(1,183.72/(1.03)4)

La expresión anterior se puede escribir como:

P= (1,183.72*(1.03))-1+(1,183.72*(1.03)-2)+(1,183.72*(1.03)3)+(1,183.72*(1.03)4)

P = $ 4,400

$ 4,400 es el valor presente o actual de cuatro pagos mensuales de $1,183.72 cada uno.

$ 4,400 es el capital pedido en préstamo por el deudor.

El valor presente de una anualidad admite dos interpretaciones:

1. Suponga que en lugar de pagar una deuda de $ 4,400, se deposita este dinero en una cuenta que paga 3 % mensual capitalizable cada mes. El valor presente se interpreta de la siguiente forma: $ 4,400 depositados al 3 % mensual capitalizable cada mes, producirán un monto exactamente igual que el obtenido al depositar $ 1,183.72 cada mes durante cuatro meses:

F=4,400*(1+0.003)4 = $ 4,952.24

F= 1,183.72*[((1+0.003)4-1)/0.03) = $ 4,952.24

Lo anterior indica que, el valor presente de una anualidad se puede obtener mediante la fórmula del interés compuesto, calculando el valor presente del monto de la anualidad.

2. El valor presente es la cantidad que se debe invertir en este momento para efectuar cierto número de retiros en el futuro. Esto es, si una persona invierte en este momento $ 4,400 al 3 % mensual capitalizable cada mes, entonces, podrá retirar $ 1,183.72 cada mes durante cuatro meses, al final de los cuales la cuenta estará en ceros. La siguiente tabla demuestra esta afirmación:

Tabla 13

Tabla de retiros

Inversión original	$ 4,400.00
Interés del 3% mensual (4,400)*(0.03)*(1)	$ 132.00
Retiro al final del primer mes	$ 1,183.72
Monto al principio del segundo mes	$ 3,348.28
Interés del 3% mensual (3,348.28)*(0.03)*(1)	$ 100.45
Retiro al final del segundo mes	$ 1,183.72
Monto al principio del tercer mes	$ 2,265.01
Interés del 3% mensual (2,265.01)*(0.03)*(1)	$ 67.95
Retiro al final del tercer mes	$ 1,183.72
Monto al principio del cuarto mes	$ 1,149.24
Interés del 3% mensual (1,149.24)*(0.03)*(1)	$ 34.48
Retiro al final del cuarto mes	$ 1,183.72
Monto al final del cuarto mes	$ 0.00

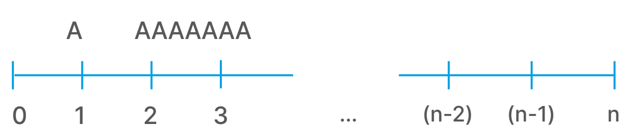
A continuación, se concluirá la fórmula general para obtener el valor actual de una anualidad vencida.

Considere una anualidad vencida en donde A es el pago o depósito hecho al final de cada uno de n periodos. Sea i la tasa de interés por periodo, expresada en forma decimal.

Tabla 20

Diagrama de Tiempo

El diagrama de tiempo es:



Fuente: Carrera Asesor Técnico Financiero – Bloque Temático N°5

Si la fecha focal se localiza en el momento actual y P representa el valor presente de la anualidad A, entonces:

$$P= (A/(1+i))+(A/(1+i)^{2})+(A/(1+i)^{3})+(A/(1+i)^{2})+\dots (A/(1+i)^{n-2})+(A/(1+i)^{n-1})+(A/(1+i)^{n})$$

$$P= (A*(1+i)^{-1})+(A*(1+i)^{-2})+(A/(1+i)^{-3})+\dots+(A*(1+i)-(^{n-2}))+(A*(1+i)-(^{n-1})+(A*(1+i)-(^{n}))$$

Factorizando:

$$P= A*[(1+i))^{-1} + (A*(1+i)^{-2}) + (A/(1+i)^{-3}) +\dots+ (A*(1+i)^{-n+2} + (A*(1+i)^{-n+1}\ (1+i)^{-n}]$$

Los términos de la expresión entre corchetes forman una sucesión geométrica, donde:

a1=(1+i)-1

r=(1+i)-1

Sustituyendo estos valores en la ecuación (3.4), se obtiene:

$$Sn= (a1*(1+rn)/(1-r)) = (1+i)^{-1})*[1-(1+i)^{-n}/(1-(1+i)^{-1}) = [(1+i)^{-1} * (1-(1+i)^{-n})] /1-(1-(1/(1+i))$$

$$Sn= (1+i)-1*[1-(1+i)^{-n}] /((1+i)^{-1})/(1+i) = (1+i) * [1-(1+i)^{-n}]/i$$

$$Sn= [1-(1+i)^{-n}] /i$$

Como:

$$1-(1+i)^{-n} = (1+i)^{-1} +(1+i)^{-2} +(1+i)^{-3} \dots + (1+i)^{-n+2} (1+i)^{-n+1} (1+i)^{-n}$$

Entonces:

$$P = A*[1-(1 + i)^{-n})/i]$$

La anterior ecuación es la fórmula para hallar el valor presente de una anualidad vencida.

EJEMPLO

¿Cuál es el valor presente de $ 5,000 depositados en una cuenta al final de cada trimestre durante cuatro años, si la tasa de interés es del 14 % capitalizable en forma trimestral?

A = 5,000

i = 14 % anual = 3.5 % trimestral

n = 4 años = 16 trimestres

P = 5,000*[(1-(1+0.035)-16) /0.0035] = 5,000* [(1-0.576705911) /0.0035]

P = $ 60,470.58

El valor actual de la anualidad es $ 60,470.58. Esto significa que, al depositar esta cantidad de dinero en este momento, se tendrá un monto al final de cuatro años igual al que se obtendrá depositando $ 5,000 cada trimestre durante cuatro años, siendo la tasa de interés del 14 % capitalizable cada trimestre en ambos casos. La otra interpretación es la siguiente: si se depositan $ 60,470.58 a una tasa de interés del 14 % capitalizable cada trimestre, entonces, se pueden retirar $ 5,000 cada trimestre, durante cuatro años.

EJEMPLO

Raquel desea jubilarse en este año, considera que una mensualidad de $ 10,000 durante los siguientes 20 años será suficiente para vivir bien. ¿Cuánto dinero debe tener en su fondo de retiro para poder retirar la cantidad deseada, sabiendo que este le paga el 12 % anual capitalizable cada mes?

Solución

A = 10,000

i = 12 % anual = 1 % mensual

n = 240 meses

P = 10000* [(1-$(1+0.001)_{-240}$) /0.01] = $ 90,8194.16

$ 90,8194.16 depositados al 12 % capitalizable cada mes, producirán 240 pagos mensuales de $ 10, 000 cada uno; es decir, un total de $ 2,400,000. La diferencia entre el valor actual y la cantidad total recibida es el interés compuesto ganado.

Interés compuesto ganado = 2,400,000 - 908,194.16 = $ 1, 491,805.84

EJEMPLO

El señor Jiménez desea vender su casa ubicada en la ciudad de Los Ángeles, California. Recibe tres ofertas:

1a. Oferta: 350,000 dólares de contado.

2a. Oferta: 100,000 dólares de contado y 10,200 dólares al mes durante 30 meses.

3a. Oferta: 11,000 dólares al mes durante tres años, sin enganche.

Tomando como base una tasa de interés del 0.6 % mensual convertible cada mes, ¿cuál de estas ofertas es la más ventajosa para el señor Jiménez?

Solución

Para comparar las ofertas recibidas es necesario determinar los valores de contados equivalentes. Esto es, el valor presente de la anualidad más el pago inicial, si lo hubiera.

1a. Oferta precio de contado = $ 350,000 dólares

2a. Oferta precio de contado = 100,000 + 10,200 *[1 – (1+ 0.006)-30/ 0.006] = $ 379,276.71 dólares

3a. Oferta precio de contado = 11,000 *[1 – (1+ 0.006)-30/ 0.006] = $ 355,198.71 dólares

Sobre la base de los precios de contado a los planes de pagos en abonos, la segunda oferta es la mejor.

EJEMPLO

Un distribuidor de automóviles ofreció a un cliente un coche nuevo mediante un pago inicial de $ 23,400 y 36 pagos mensuales de $ 4,793.80 cada uno. Si se carga una tasa de interés del 1.5 % mensual capitalizable mensualmente, encuentre el valor de contado del automóvil.

Solución

Valor de contado = Pago inicial + Valor actual de las mensualidades

Como:

A = 4,793.80

i = 1.5% mensual

n = 36 meses

Entonces:

Valor de contado = 23,400 + 4,793.80*[(1 – (1+ 0.0015)-36) /0.0025]

Valor de contado = 23,400 + 132,600 = $ 156,000

EJEMPLO

¿Cuánto se tiene que depositar cada quincena en una inversión que gana el 8,55% capitalizable quincenalmente, para tener $ 200,000 al final de cinco años?

Solución

Debido a que $ 200,000 son un valor futuro, es necesario despejar A de la fórmula del monto de una anualidad.

F = 200,000

i = 8.55/24 = 0.35625 quincenal

n = (5 años) = 120 quincenas

Si F = A* [(1-(1+i)-n)/i], entonces F*i = A [(1+ i)n -1)], por tanto:

A = (F*i)/ ((1+ i)n -1) A = ((200,000)*(0.35625))/ ((1+ 0.35625)120 -1)

A = 1,338.64

Se tiene que depositar $ 1,338.64 cada mes con el fin de tener $ 200,000 después de cinco años. Conocido el valor de la anualidad se puede calcular la cantidad ganada por concepto de intereses.

Intereses ganados = 200,000 - (1,338.64) * (120) $ 39,363.20

EJEMPLO

¿Cuántos depósitos mensuales de $ 1,239.66 cada uno, se deben hacer para acumular un total de $ 100,000, si se ganan intereses del 1.83 % mensual capitalizable cada mes?

Solución

En este problema se conoce la anualidad y el monto de ésta; se pide calcular n, la cual deberá despejarse de la ecuación siguiente:

Tomando logaritmos a ambos lados de la igualdad se tiene:

Log ((F*i)/ A)+1 = n* log (1+i)

n = ((F*i)/ A)+1) / log (1+i)

n = log [((100,000)*(1.83%) /1239.66) + 1] / Log (1 + 0.0183)

n = (Log 2.476211219)/Log (1.083)

n = 50 depósitos mensuales

EJEMPLO

Se desea obtener un monto de $ 20,000 mediante depósitos vencidos, cada dos meses, de $ 1,655 cada uno. Calcule cuántos depósitos se deben hacer si se ganan intereses del 15 % capitalizables cada bimestre.

Solución

En el ejemplo anterior, se despejó n de la fórmula del monto, por tanto:
n = ((F*i)/ A)+1) / log (1+i)
n = log [((20,000) *(15%/6) /1655) + 1] / Log (1 + (15%/6))
n = 10.69104025 bimestres

Desde el punto de vista teórico deberán transcurrir 10.69104025 bimestres, pero en la realidad esto no es posible, debido a que las capitalizaciones y los depósitos se realizan al final de cada bimestre. Cuando el número de pagos no es un número entero, se pueden llevar a cabo diferentes formas de ajuste. A continuación, se verán dos alternativas:

1a. Alternativa

Se redondea a un entero el resultado obtenido y se ajusta la anualidad a dicho resultado. Esto es:
F = 20,000
i = 2.5% bimestral
n = 11 bimetres (valor redondeado)
Se deben realizar 11 depósitos bimestrales de $ 1,602.12 cada uno para acumular $ 20,000.

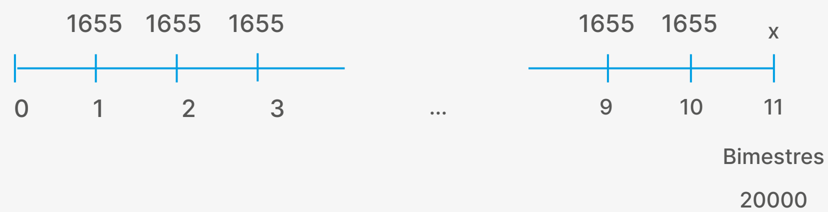
2a. Alternativa

Se realiza un depósito final menor, un periodo después del último depósito normal. En este caso, se realizan 10 depósitos bimestrales de $1,655 cada uno y al final del bimestre número 11, se efectúa un depósito complementario. Para calcular el valor del depósito complementario se plantea una ecuación de valor. X es el valor del depósito complementario. Tomando el momento actual como fecha focal, se tiene la siguiente ecuación de valor:

Figura 21

Diagrama de Tiempo

El diagrama de tiempo es:



Fuente: Carrera Asesor Técnico Financiero – Bloque Temático N°5

$=1,655*[(1-(1+0.0025)^{-10}/0.0025] + (x/(1+0.0025)^{11})-20,000/(1+0.0025)^{11}$
= 14,484.66581 + (x /(1.312086658)) = 15,2542.895464
X = 994.86

Si se depositan $ 1,655 al final de cada bimestre durante 10 bimestres y $ 994.86 al final del bimestre número 11, se tendrá un monto de $ 20,000.

ACTIVIDAD 8

Tenga presente las siguientes fórmulas y realice los siguientes ejercicios:

- *Fórmula general para el cálculo de valor futuro de una anualidad vencida:*

$$F = A*[((1 + i)^{n} - 1)/i]$$

- *Fórmula general para el cálculo de valor presente de una anualidad vencida:*

$$P = A*[1-(1 + i)^{-n})/i]$$

1. ¿Cuál es el monto y el interés ganado al depositar $ 100 cada mes durante 10 años, en una cuenta que paga una tasa de interés del 8 % capitalizable cada mes?

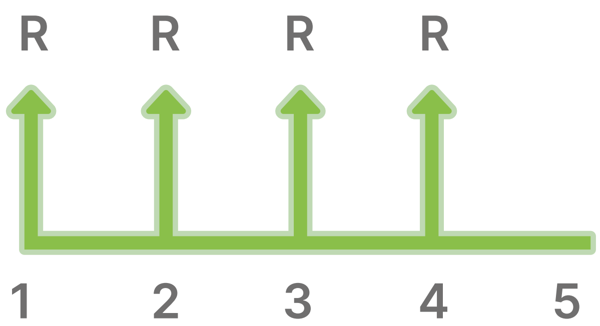
2. Juan deposita $ 500 al final de cada trimestre, durante tres años. Si no realiza ningún retiro durante todo el tiempo y la IMF le abona al 1 % capitalizable cada trimestre ¿cuál es el valor futuro de la anualidad al cabo de tres años? ¿cuál es el interés ganado?

3. Obtenga el valor presente de $ 720 semestrales durante 5 años y medio, a una tasa del 28 % capitalizable en forma semestral.

5.1.2 Anualidades anticipadas

Figura 22

¿Título?



Fuente: Carrera Asesor Técnico Financiero – Bloque Temático N°5

Una anualidad anticipada es aquella en donde los pagos se llevan a cabo al inicio del periodo de pago. Son ejemplos de anualidades anticipadas los pagos anuales (primas) de un seguro de vida, la renta de una casa u oficina, algunos planes de crédito que estipulan que los pagos deben realizarse al comienzo de los periodos convenidos, etcétera.

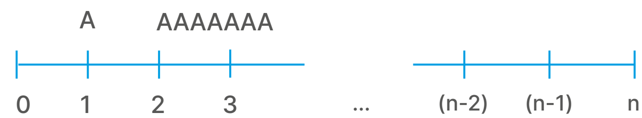
A las anualidades ciertas, simples, anticipadas e inmediatas, se les conoce generalmente con el nombre de anualidades anticipadas. Es práctica común que en los problemas de anualidades anticipadas, al igual que en las vencidas, no se haga mención explícita del periodo de capitalización; se supone que la capitalización de los intereses coincide con el periodo de pago.

La diferencia entre una anualidad ordinaria y una anticipada se puede ver gráficamente en los siguientes diagramas de tiempo:

Figura 23

Diagrama de Tiempo

Diagrama de tiempo de una anualidad vencida:

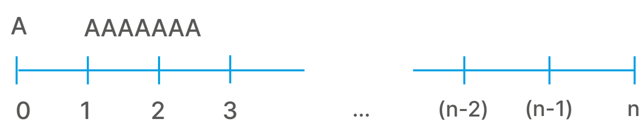


Fuente: Carrera Asesor Técnico Financiero – Bloque Temático N°5

Figura 24

Diagrama de Tiempo

Diagrama de tiempo de una anualidad anticipada:



Fuente: Carrera Asesor Técnico Financiero – Bloque Temático N°5

Observe que, la anualidad anticipada comienza con un pago y concluye un periodo después de haber cubierto el último pago. Por tal motivo, el enésimo pago gana intereses por un periodo debido a que se hizo al inicio del último periodo. El siguiente ejemplo muestra cómo se calcula el monto o valor futuro de una anualidad anticipada.

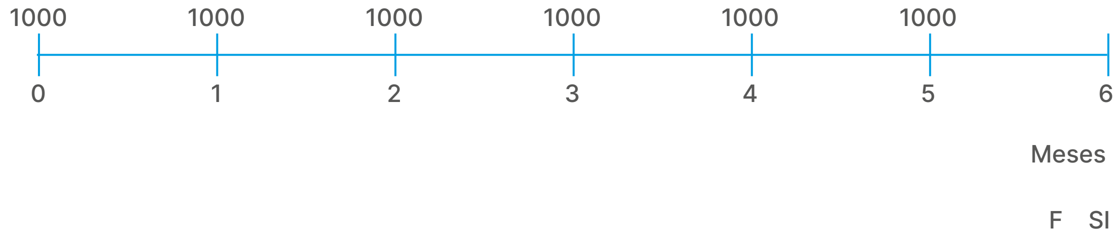
5.1.2.1 Valor Futuro y Valor Presente de una Anualidad Anticipada

Se depositan $ 1,000 al inicio de cada mes en un banco que paga el 2 %

mensual capitalizable en forma mensual. ¿Cuál será el monto después de seis depósitos?

Figura 25

Diagrama de Tiempo



Fuente: Carrera Asesor Técnico Financiero – Bloque Temático N°5

F representa el monto de la anualidad, se puede formar la siguiente ecuación de valor:

F=1000*(1.02)6+1000*(1.02)5+1000*(1.02)4+1000*(1.02)3+1000*(1.02)2+1000*(1.02)

F=1000*((1.02)6+(1.02)5+(1.02)4+(1.02)3+(1.02)2+(1.02))

F= $ 6,434.28

El valor presente de la anualidad se puede obtener calculando el valor presente del monto, esto es:

P = (6434.38/(1.02)6) = $5,713.46

El valor presente de una anualidad anticipada tiene las mismas interpretaciones que el valor presente de una anualidad vencida. La deducción de la fórmula para obtener el monto o valor futuro de una anualidad anticipada se lleva a cabo generalizando el ejemplo anterior.

Sea A, el pago hecho al principio de cada uno de n periodos e i la tasa de interés por periodo, expresada en forma decimal:

Figura 26

Diagrama de Tiempo

Fuente: Carrera Asesor Técnico Financiero – Bloque Temático N°5

El primer pago se realiza al inicio del primer periodo, por tal motivo ganará intereses por n periodos; el segundo pago ganará intereses por (n-1) periodos, etc. El último pago genera intereses por un periodo. Si la fecha focal se escoge al final del periodo n, entonces el monto o valor futuro de la anualidad anticipada viene dado por:

$F=(A*(1+i)n)+(A*(1+i)n-1)+(A*(1+i)n-2)+.... (A*(1+i)2)+ (A*(1+i))$

Es decir:

$F=(A*(1+i)+A*(1+i)2+A*(1+i)3+.... +A*(1+i)n-2+ A*(1+i)n-1 +A*(1+i)n$

Factorizando:

$F=A*[(1+i)+(1+i)2+(1+i)3+....+(1+i)n-2+(1+i)n-1+(1+i)n]$

La expresión que se encuentra entre corchetes es una sucesión geométrica, donde:

$a1=(1+i)$

$r=(1+i)$

Aplicando la ecuación de sucesión geométrica para la suma de n términos, se obtiene:

$Sn=(a1*(1-m))/(1-r)=(1+i)*[1-(1+i)n]/1-(1+i))= [1+(1+i)n]*(1+i)/(1-1-i)=[(1+i)n-1](1+i)]/i$

Sustituyendo la expresión anterior por la expresión que se encuentra entre corchetes se tiene:

$F=A[(1+1)n-1/i]*(1+i)$

$$P = F / [(1+i)^{n} \quad F*(1+i)^{-n} = A*[((1+i)^{n} -1)/i]*(1+i)* (1+i)^{-n}$$

$$P = A*[((1+i)^{n}*(1+i)^{-n} -(1+i)^{-n})/i] * (1+i)$$

$$P = A*[(1- (1+i)^{-n})/i]* (1+i)$$

EJEMPLO

Francisco deposita $ 2,000 al principio de cada mes en una cuenta de inversión. Si la tasa de interés es del 1 % mensual capitalizable cada mes.

a) Obtenga el monto al cabo de tres años.

b) ¿Cuál es el interés ganado en los tres años?

c) Calcule el valor presente de la anualidad.

Solución

a) $F = 2{,}000*[((1+0.01)\text{-}^{36})/0.01]* (1+ 0.01) = \$87{,}015.29$

b) Interés ganado $I = 87{,}015.29 – (2{,}000)*36 = 15{,}015.29$

c) $P = 2{,}000*[((1-(1+0.001)^{-36})/0.01]* (1+i) = 60{,}817.16$

EJEMPLO

Una compañía constructora debe invertir durante los próximos 12 años, al comienzo de cada mes $ 150,000, en un fondo para la depreciación de su maquinaria. ¿Cuál será el monto de este fondo de depreciación al cabo de 12 años, si ha estado produciendo del 9.6 % capitalizable cada mes? Si los depósitos mensuales se hicieran al final de cada mes, ¿cuál sería el monto?

Solución

Como se desea el monto de una anualidad anticipada, se utiliza la fórmula anterior:

F = 150,000*[(1+0.096/12)144-1/ (0.096)]*((1+ (0.0096/12))

F = $ 40,635.832

Si se trata de una anualidad vencida, el monto se obtiene de la siguiente

fórmula: F = 150,000*[((1+0.096/12)144-1) / (0.096)]

F = $ 40, 313,325.50 Entre los dos resultados hay una diferencia de 322,506.50

EJEMPLO

Dentro de 6 años, la compañía fabricante de armas de fuego “El Tiro Perfecto” S. A., necesitará $ 7,000,000 para reemplazar maquinaria depreciada. ¿Cuál será el importe del depósito trimestral que tendrá que hacer la compañía, a partir de este momento, en un fondo de depreciación que paga el 11.3 % convertible cada trimestre, para acumular dicha cantidad de dinero?

Solución

Debido a que se conoce el monto de una anualidad anticipada, es necesario despejar A de la ecuación de valor futuro de una anualidad anticipada:

F = A* [((1+i) n-1)/i]*(1+i)

A = Fi/ [((1+i) n-1)/i]*(1+i)

A = (7,000,000) (0.113/4)/[((1+(0.113/4)24]*(1+(0.113/4)

A = 202,119.21

EJEMPLO

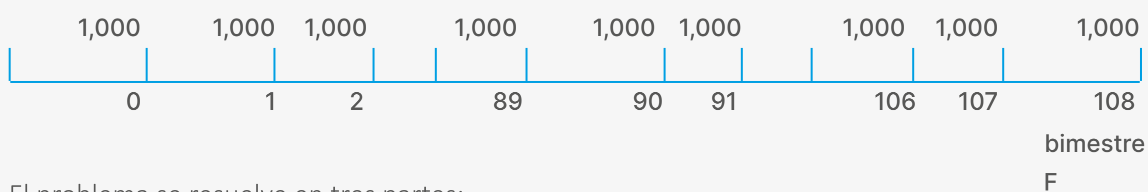
El día de su nacimiento, una niña recibió por parte de sus abuelos maternos $ 50,000 para que sean utilizados en su educación universitaria. El mismo día en que nació la niña, su padre le abrió una cuenta de inversión a su nombre, donde depositó el regalo de los abuelos junto con $ 1,000 que piensa depositar, a partir de ese momento, cada bimestre durante 15 años. Después de transcurrido ese tiempo, los depósitos serán suspendidos, pero el dinero se mantendrá en la cuenta hasta que la niña cumpla 18 años, edad en que estará por ingresar a la universidad. ¿Qué cantidad de dinero habrá en la cuenta dentro de 18 años? Suponga que la tasa de interés es del 10% capitalizable cada bimestre.

Solución

Figura 27

Diagrama de Tiempo

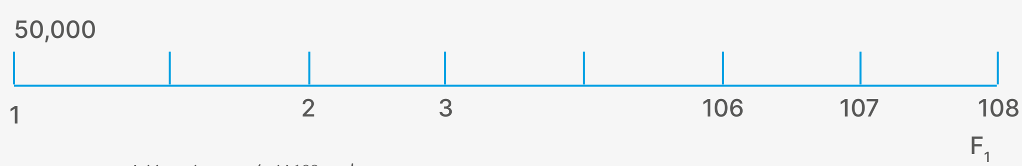
El diagrama de tiempo es:



El problema se resuelve en tres partes:

Parte 1

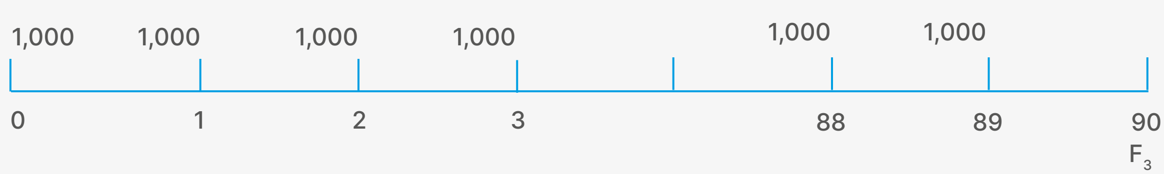
Se obtiene el monto (F1) de $ 50,000 durante 18 años (108 bimestres).



$F_1 = 50{,}000*((1+(0.10/6))^{108} = \$\ 299{,}028.05$

Parte 2

Se obtiene el monto (F2) de la anualidad anticipada, durante 15 años (90 bimestres).



$F_2 = 1{,}000*[((1+(0.10/6))^{90} -1/((0.10/6)](1+(0.10/6)) = \$\ 209{,}024.05$

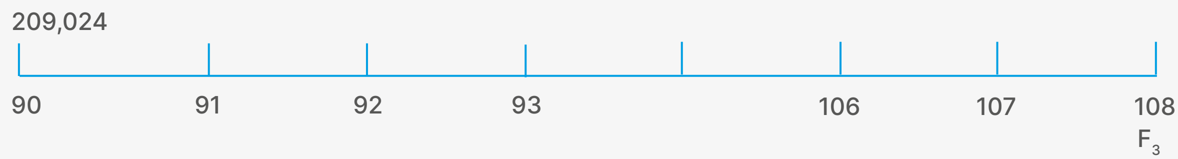
Fuente: Carrera Asesor Técnico Financiero – Bloque Temático N°5

Parte 3

Se obtiene el monto (F3) de $ 209,024.05 invertidos de los 15 a los 18 años.

Figura 28

Diagrama de Tiempo



Fuente: Carrera Asesor Técnico Financiero – Bloque Temático N°5

F3 = 209,024.05* ((1+ (0.10/6)18) = 281,456.18

El monto final de los 18 años viene dado por la suma de F1 + F3

FTOTAL = 289,028.05 + 281,456.18 = 579,484.23

El problema también puede resolverse planteando una ecuación de valor, cuya fecha focal se ubica en el bimestre 108:

F=50,000*(1+(0.10/6)108)+1,000*[1+(1+(0.10/6)90- 1)/(0.10/6)]*((1+(0.10/6))*((1+(0.10/6))18

F = $579,484.23

EJEMPLO

El beneficiario de una herencia puede optar por recibir $ 650,000 de inmediato o recibir 20 pagos iguales cada cuatro meses, el primero de ellos se hace de inmediato. ¿Cuál será el valor del pago cuatrimestral si el dinero está invertido al 11.55 % anual?

Solución

Se despeja A de la ecuación de valor presente de una anualidad anticipada:

P = A* [(1-(1+i)-n)/i]*(1+i)

A = (Pi)/ [(1-(1+i)-n) *(1+i)]

A = [(650,000)*(0.1155/3)]/ [1-(1+(0.1155/3)-24)-1](1+(0.1155/3))

A = 45,445.38

EJEMPLO

¿Cuántos depósitos semestrales anticipados de $ 18,781.27 cada uno, se deben hacer para acumular un monto de $ 250,000?

La tasa de interés es del 5.14 % semestral capitalizable cada semestre.

Solución

Al despejar n de la ecuación de valor futuro de una anualidad anticipada tenemos:

F = A* [((1+i)n -1)/i]*(1+i)

[(F)*(i)]/ [(A)*(1+i)] = (1+i) n -1

[((F)*(i))/A*(1+i)] + 1 = (1+i) n

Tomando logaritmos a ambos lados de la ecuación anterior, tenemos:

Log[((F)*(i))/A*(1+i)] + 1 = n log (1+i)

Por tanto:

n = Log [((F)*(i)) /A*(1+i) + 1]/ log (1+i)

n = Log [((250,000) *(0.0514) /(18,781.279)*(1+0.0514))+1]/ log (1 + 0.0514)

n = 10 depósitos semestrales

EJEMPLO

¿Cuántos pagos mensuales anticipados de $1,240.70 cada uno deben hacerse para amortizar una deuda de $16,000, si hay que pagar intereses del 27% capitalizable cada mes?

Solución

Se despeja n de la ecuación de valor presente de anualidades anticipadas:

P = A * [(1-(1+i)-n) /i] * (1+i)

[(P)*(i)]/ [A*(1+i)] = (1- (1+i)-n)

(1-i)-n = 1- [(P)*(i)]/ [A*(1+i)]

Tomando logaritmos a ambos lados de la igualdad se tiene:

-n log (1+i) = log [1- [(P)*(i)]/ [A*(1+i)]]

n =- Log [1- [(16,000) *(0.27/12)]/ [1,240.70*(1+0.27/12)]] / log (1 + (1+0.27/12))

n = 15 pagos mensuales

EJEMPLO

Una tienda de artículos fotográficos ofrece una videocámara, cuyo precio de contado es de $ 9,785, en mensualidades anticipadas de $ 886 cada una. Encuentre el número de pagos mensuales, si se carga el 30 % de interés compuesto cada mes.

Solución

i = 30 anual = 2.5 % mensual

n =-Log [1-[(9,785)*(0.025)]/ [886*(0,025)]]/log (1+ (1+0.025))

n = 12.70999967 pagos mensual

Teóricamente se necesitan 12.70999697 meses. En la práctica, el resultado se debe ajustar de una manera semejante a los ajustes hechos en las anualidades ordinarias. Una solución sería, redondear el resultado a 13 mensualidades y calcular el abono mensual. Es decir:

A = [(P)*(i)] / [(1-(1+i)-n)*(1+i)]

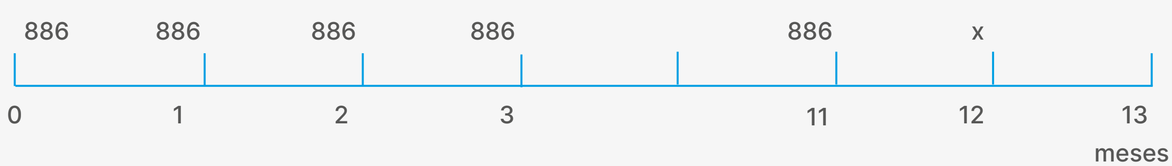
A = [(9,785) *(0.025)]/[(1-(1+0.025)-13)*(1+0,025)]

A = 869.18

Otra solución sería, pagar doce mensualidades anticipadas de $ 886 cada una y al inicio del treceavo mes dar un pago final que amortice totalmente la deuda. Si X representa el valor del pago efectuado al inicio del mes número trece y se toma como fecha focal el momento actual, entonces, se forma la siguiente ecuación de valor:

Figura 29

Diagrama de Tiempo



Fuente: Carrera Asesor Técnico Financiero – Bloque Temático N°5

$$9{,}785 = 886*[(1-(1+0.025)^{-12})/0.025] * (1+0.025) + [x/(1+0.025)^{12}]$$

$$x = 631.31$$

ACTIVIDAD 9

Tenga en cuenta las siguientes formulas y realice los ejercicios:

- *Fórmula para el valor presente de una anualidad anticipada:*

$$P = A*[(1-(1+i)^{-n})/i]*(1+i)$$

- *Fórmula el valor futuro de una anualidad anticipada:*

$$F = A*[(1+i)n-1/i]*(1+i)$$

1. Una Empresa deposita $ 250,000 al inicio de cada semestre en un fondo de ahorro, cuya tasa de interés es de 10 % capitalizable cada semestre. ¿A cuánto ascenderá el monto al cabo de seis años?

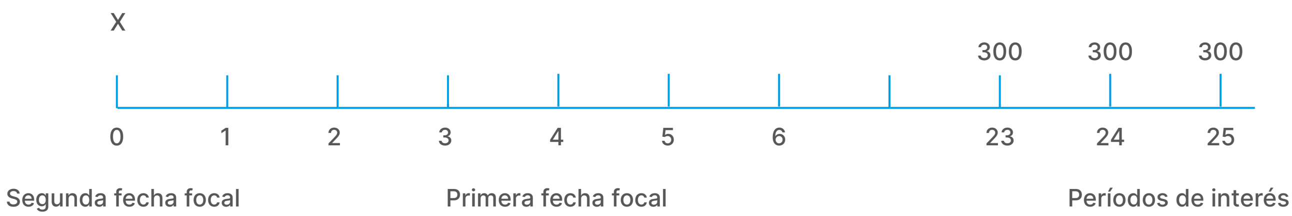
2.- Fernando deposita en su cuenta de ahorro la suma de $ 250 al principio de cada año. ¿Cuánto tendrá al final de ocho años, si su banco le reconoce una tasa de interés del 3 %?

3.- La compañía Arias alquila un terreno de $ 4,000 mensuales y propone al propietario pagar el alquiler anual al principio de año con la tasa del 12 % capitalisable mensualmente. Hallar el valor presente del alquiler.

5.1.3 Anualidades Diferidas

Figura 30

Diagrama de Tiempo



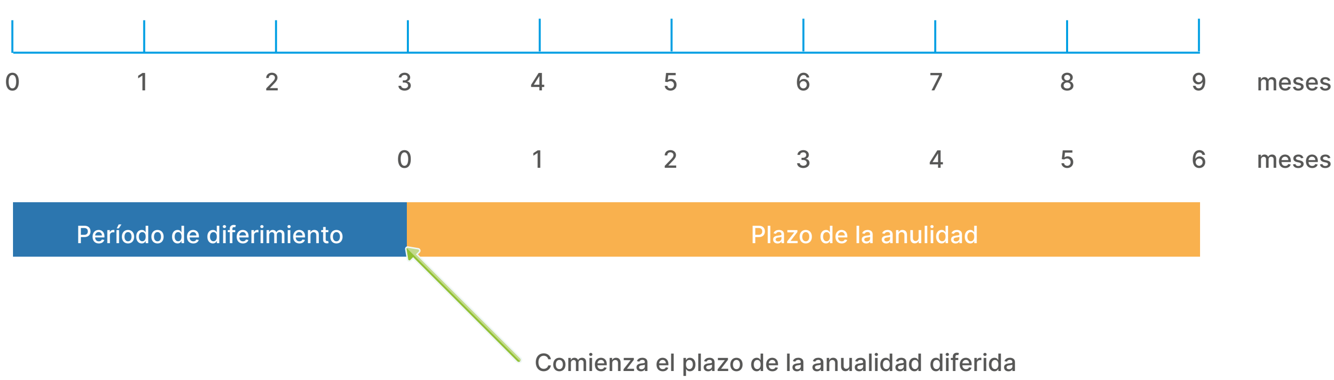
Fuente: Carrera Asesor Técnico Financiero – Bloque Temático N°5

Una anualidad diferida es aquella cuyo plazo comienza hasta después de transcurrido una interrupción de tiempo desde el momento en que la operación quedó determinada. El momento en que la operación queda formalizada recibe el nombre de momento inicial. En esta capítulo se estudiarán las anualidades ciertas, simples y diferidas, conocidas simplemente como anualidades diferidas, las cuales pueden ser analizadas como vencidas o anticipadas.

El intervalo de tiempo que transcurre entre el momento inicial y el inicio del plazo de la anualidad se llama periodo de gracia o periodo de diferimiento. El periodo de gracia se mide utilizando como unidad de tiempo el correspondiente a los periodos de pago. Por ejemplo, si dentro de cuatro meses se hará el primer pago de una anualidad vencida de $ 1,000 mensuales y cuyo plazo es de seis meses, se tendrá el siguiente diagrama de tiempo:

Figura 31

Diagrama de Tiempo



Fuente: Carrera Asesor Técnico Financiero – Bloque Temático N°5

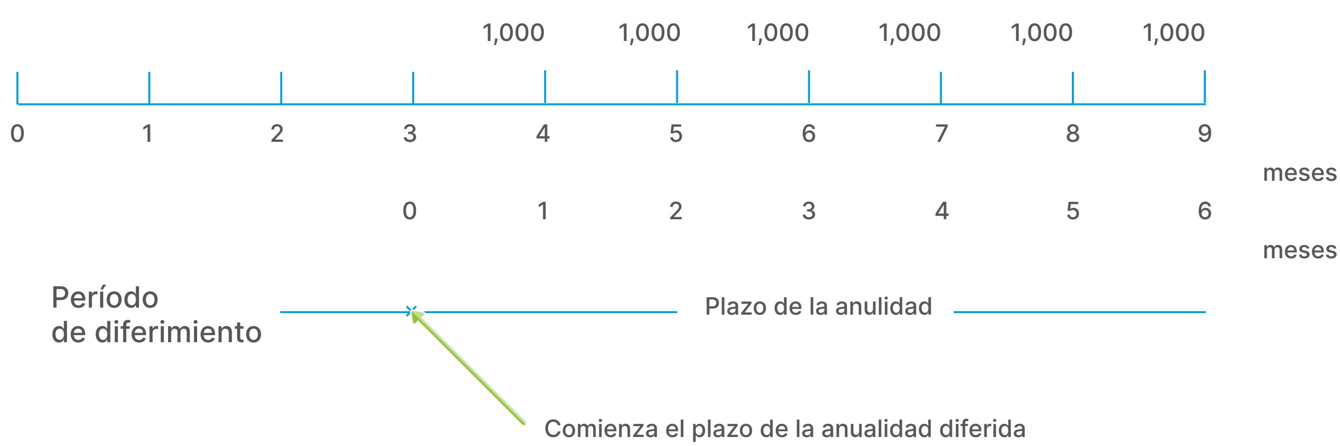
En el ejemplo, el periodo de gracia es de tres meses, ya que el final del tercer mes coincide con el comienzo del plazo de la anualidad vencida, el cual es de seis meses.

Al sumar el período de diferimiento con el plazo de la anualidad, se tiene el plazo total de la anualidad diferida. Para el ejemplo anterior, el plazo total es de nueve meses.

Si la anualidad del ejemplo anterior se considerara anticipada, entonces, el diagrama de tiempo sería el siguiente:

Figura 32

Diagrama de Tiempo



Fuente: Carrera Asesor Técnico Financiero – Bloque Temático N°5

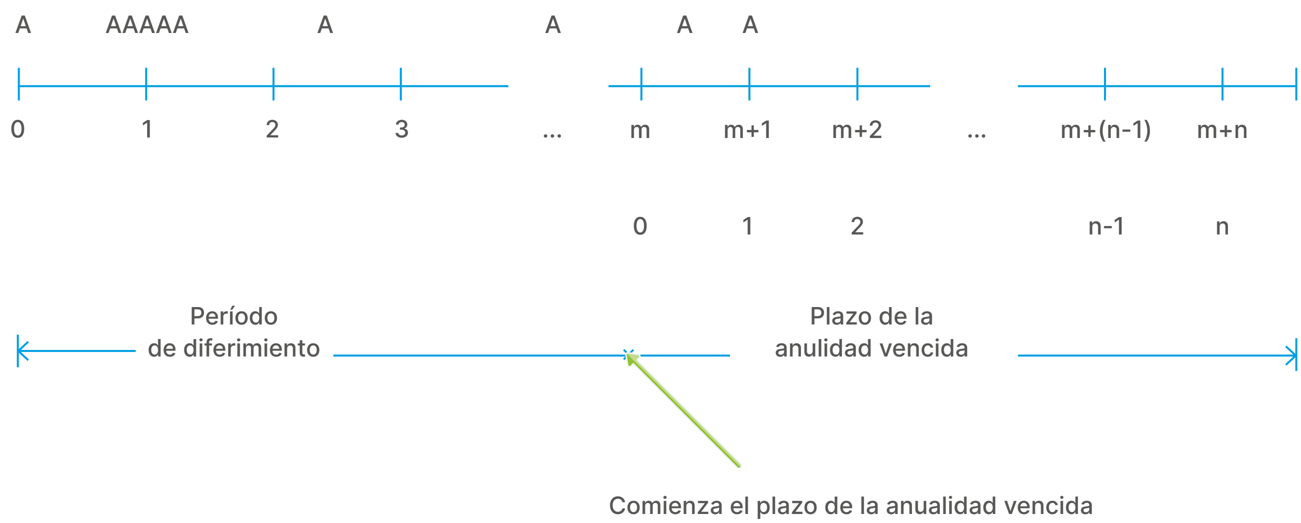
El período de gracia es de cuatro meses, ya que el final del cuarto mes coincide con el comienzo del plazo de la anualidad anticipada.

Para resolver problemas de anualidades diferidas no es necesario deducir nuevas fórmulas, ya que éstas pueden ser tratadas como anualidades vencidas o anticipadas, utilizando las fórmulas vistas en las secciones respectivas. A lo largo de toda la unidad temática, las anualidades diferidas serán tratadas como anualidades diferidas vencidas, ya que ésta es la forma más usual de analizarlas, excepto que se indique lo contrario.

El diagrama de tiempo general de una anualidad vencida, diferida m periodos es el siguiente:

Figura 33

Diagrama de Tiempo



Fuente: Carrera Asesor Técnico Financiero – Bloque Temático N°5

El plazo total de la anualidad es de (m + n) períodos. Mientras transcurre el período de gracia, ocurre una de las siguientes situaciones:

- Que al final de cada periodo de pago se liquiden los intereses que genera el capital original en el periodo. Entonces, se dice que hay prestación de intereses. Al llevarse a cabo esta situación, el capital original permanece constante todo el periodo de gracia; de tal manera que el valor presente de la anualidad es igual al capital original.
- Que los intereses generados dentro del periodo de gracia se capitalicen. En este caso, el valor presente de la anualidad será igual al capital original más los intereses capitalizados. En la mayor parte de las situaciones reales se lleva a cabo la segunda opción.

EJEMPLO

Antonio compra una computadora laptop mediante el pago de seis mensualidades sucesivas de $ 4,100 cada una, pagando la primera tres meses después de la compra.

¿Cuál es el precio de contado de la computadora, si se está cobrando una tasa de interés del 33 % capitalizable cada mes?

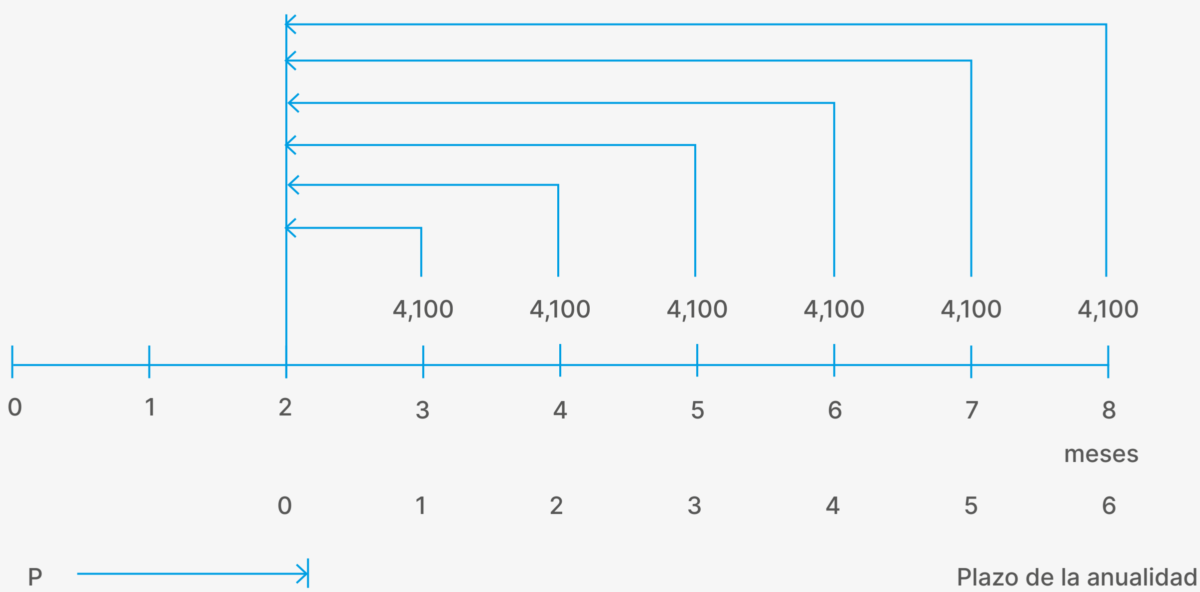
¿Cuánto se paga de intereses?

A continuación se muestra el diagrama de tiempo

Solución

Figura 34

Diagrama de Tiempo



En el ejemplo, se tiene una anualidad diferida con periodo de gracia de dos meses. Si P representa el precio de contado de la computadora y se toma como fecha focal el momento actual del plazo de la anualidad, entonces, se tiene la siguiente ecuación de valor:

P*(1+0.33/12)2=4,100*[1-(1+0.33/12)-6/(0.33/12)]

1.05575625 P=22395.70379

P= $ 21,213

El interés pagado por el uso del crédito fue:

I=(4,100)*(6)-21213= $ 3,387

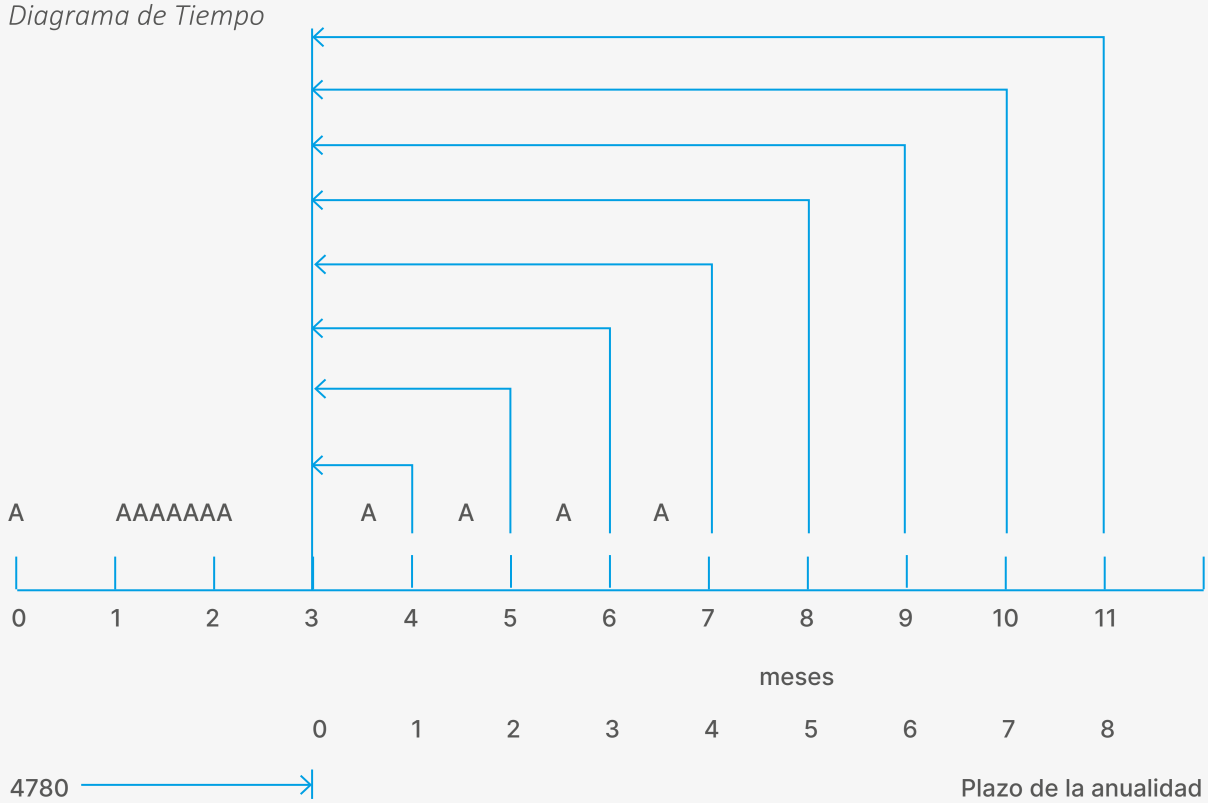
EJEMPLO

Durante este mes, Mueblería "El Portal" ofrece la promoción "compre ahora y pague después", que consiste en pagar el precio de todas las mercancías en ocho mensualidades, empezando cuatro meses después de la compra. ¿Cuál será la mensualidad que deberá pagar la señora Arrieta, si compró un mueble en $ 4,780 y le cargan un interés del 2.45 % mensual capitalizable cada mes?

Solución

Figura 35

Diagrama de Tiempo



Fuente: Carrera Asesor Técnico Financiero – Bloque Temático N°5

La anualidad diferida tiene un periodo de gracia de tres meses y se considera vencida. Si A representa el abono mensual y se toma como fecha focal el momento actual del plazo de la anualidad, se tiene la siguiente ecuación de valor:

478*(1+0.0245)3=A*[1-(1+0.0245)-8]

A= $ 665.23

EJEMPLO

Resuelva el problema anterior si durante el periodo de gracia hay servicio de intereses.

Solución

Los intereses generados en el periodo de gracia no se capitalizan, sino que se van pagando cada mes, haciendo que el capital original se mantenga constante. Esto es:

I=(4,780)*(0.0245)*(1)=$117.11

Se deben pagar intereses mensuales de $ 117.11, durante tres meses. Al finalizar el periodo de gracia se tendrá que el valor presente de la deuda es de $ 4,780, y el abono mensual necesario para amortizar dicha deuda será:

4,780=A*[1-(1+0.0245)-8 / 0.0245]

A= $ 665.23

El estudiante puede verificar que, el interés total pagado cuando los intereses se capitalizan en el periodo de gracia es mayor que cuando hay servicio de intereses.

EJEMPLO

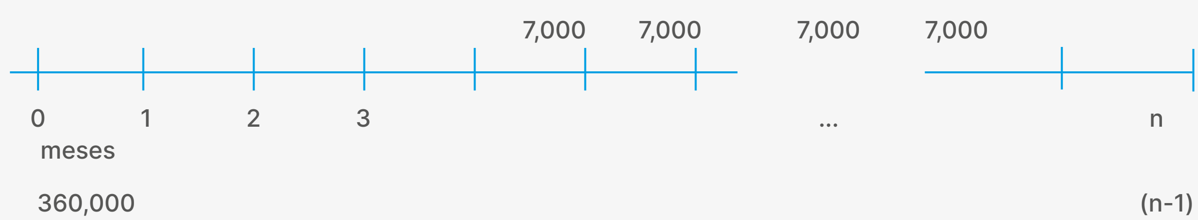
El precio de contado de una casa es de $ 400,000. Se puede comprar a crédito mediante un enganche del 10 % del precio de contado y el resto mediante pagos mensuales vencidos de $ 7,000. Si se da un periodo de gracia de meses y la tasa de interés es del 1.75 % mensual capitalizable cada mes, calcule el número de pagos mensuales que deben hacerse. En caso necesario, ajuste la mensualidad a la parte entera del resultado obtenido.

Solución

El enganche es de $ 40,000 y el saldo a financiar es de $ 360,000. El diagrama de tiempo es:

Figura 36

Diagrama de Tiempo



Fuente: Carrera Asesor Técnico Financiero – Bloque Temático N°5

Tomando el final del periodo de gracia como fecha focal, se tiene la siguiente ecuación de valor:
360,000*(1.0175)3 = 7,000*[(1-(1.075)-n)/0.0175]
[((360,000) *(1.075)3*(0.0175)] / 7,000)] = 1 – (0.0175)-n
0.948081698 = 1- (0.0175)-n
(0.0175)-n=1 –0.0948081698 = 0.051918301
-n log 1.075 = log 0,051918301
n = 170.5081322 pagos

Debido a la imposibilidad de pagar 170.5081322 pagos mensuales, se ajusta la mensualidad tomando como parte entera el resultado. Es decir, si n = 170 entonces:

$360,000*(1.0175)_3 = 7,000*[(1-(1.075)^{-n})/0.0175]$
$[((360,000) *(1.075)^3*(0.0175)] / 7,000)] = 1 – (0.0175)^{-n}$
$0.948081698 = 1- (0.0175)^{-n}$
$(0.0175)^{-n}=1 –0.0948081698 = 0.051918301$
-n log 1.075 = log 0,051918301
n = 170.5081322 pagos
La casa se paga mediante 170 abonos de $ 7,003.40

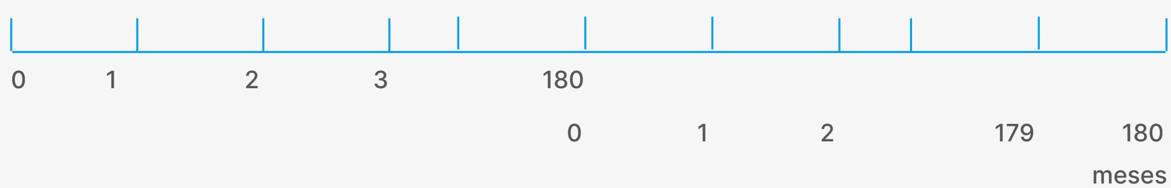
EJEMPLO

El señor Pérez tiene actualmente 50 años y una compañía de seguros le presenta un plan de jubilación personal. El cual consiste que mediante un pago inmediato de $ 87,690, la compañía ofrece pagar transcurridos 15 años una renta de $ 10,000 al final de cada mes, durante 15 años. Determine la tasa anual, capitalizable cada mes, que paga la compañía.

Solución

Figura 37

Diagrama de Tiempo



Fuente: Carrera Asesor Técnico Financiero – Bloque Temático N°5

Tomando el comienzo del plazo de la anualidad como fecha focal, se tiene:

$87{,}690*(1+i)^{180} = 10{,}000*[(1-(1+i)^{180})/i]$

$87{,}690/10{,}000 = [1-(1+i)^{-180}] / [i*(1+i)^{180}]$

$8{,}769 = [1-(1+i)^{-180}]/ [i*(1+i)^{180}]$

Procediendo por prueba y error o utilizando una calculadora financiera, el valor de i que satisface a la igualdad anterior es 1.1916977765%, por tanto

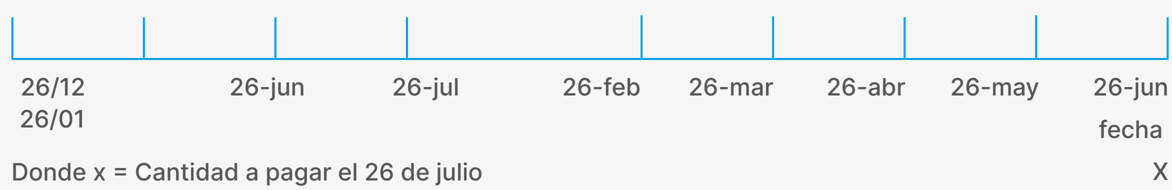
i = 14.3 % capitalizable cada mes.

EJEMPLO

Una escuela compró mobiliario y equipo a crédito el día 26 de diciembre, acuerdan saldar la deuda mediante 12 pagos mensuales de $ 10,830, haciendo el primer pago el día 26 de julio del año siguiente. Si después de realizar el octavo pago, se dejan de realizar los siguientes tres ¿qué pago único deberá hacer al vencer el último pago pactado originalmente, para saldar automáticamente la deuda? La tasa de interés es del 30 % compuesto en forma mensual.

Figura 38

¿Título?



Fuente: Carrera Asesor Técnico Financiero – Bloque Temático N°5

Como los primeros ocho abonos ya fueron realizados y los abonos número nueve, 10 y 11 no se realizaron, entonces, la fecha de vencimiento del último abono se deberá pagar con el valor futuro de los abonos no realizados, más el doceavo. Por tanto, se tiene: x = 10,830*[(1+ (0.30/12)4 – 1)/(0.30/12)] x = 44,971.74

En este caso, el periodo de diferimiento no tuvo ninguna utilidad en la resolución del problema.

ACTIVIDAD 10

Tenga en cuenta las siguientes fórmulas y realice los ejercicios:

- *Fórmula general para el cálculo de valor futuro de una anualidad vencida:*

$$F = A*[((1+i)^{n}-1)/i]$$

- *Fórmula general para el cálculo de valor presente de una anualidad vencida:*

$$P = A*[(1-(1+i)^{-n})/i]$$

1. Pedro Arias adquirió un equipo de cómputo, para lo cual le dieron la oportunidad de liquidar con cinco pagos mensuales de $ 2,700 cada uno, realizando el primero de ellos seis meses después de efectuada la compra. Si Pedro decide pagar su equipo con un solo pago el día que corresponde al último pago, ¿con cuánto pagará su deuda, considerando una tasa de interés de 18 % anual compuesto mensualmente?.

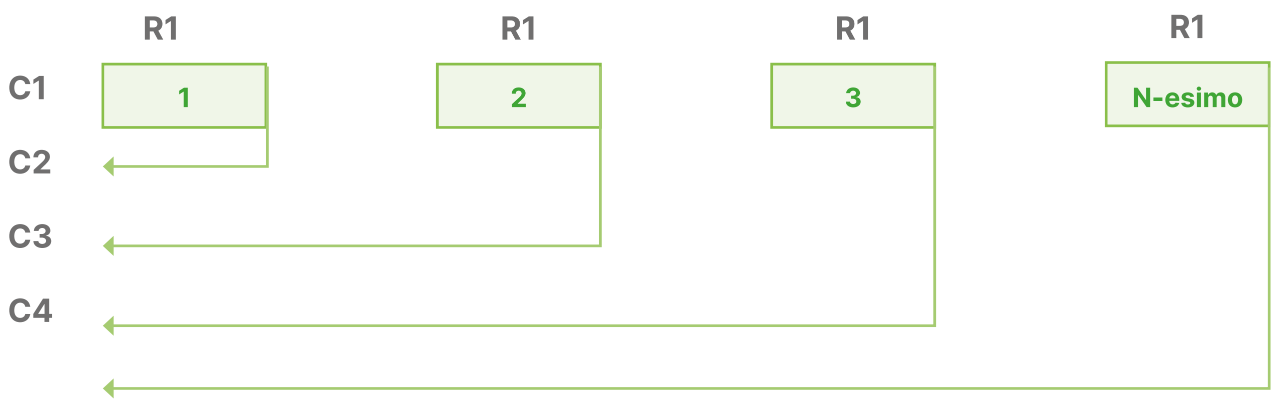
2. ¿Cuál es el Valor presente si Felipe paga una renta semestral de $ 3,200 durante seis años, si el primer pago se debe realizar dentro de año y medio, y si consideramos una tasa de 32 % capitalizable semestralmente?

3. ¿Cuál es el valor de contado de un equipo comprado con el siguiente plan: $ 14,000 de cuota inicial; $ 1,600 mensuales durante dos años y seis meses con un último pago de $ 2,500, si se carga el 12 % con capitalización mensual?

5.1.3.1 Otras Anualidades

Figura 39

Otras Anualidades



Fuente: Carrera Asesor Técnico Financiero – Bloque Temático N°5

Rentas Perpetuas

Una renta perpetua o perpetuidad es una anualidad cuyo plazo no tiene fin. Este tipo de anualidad se presenta cuando se invierte un capital y únicamente se retiran los intereses; por tanto, mientras se mantenga invertido el capital se tendrá una renta perpetua.

Son ejemplos de rentas perpetuas los siguientes:

- Los legados hechos a centros de investigación, organismos de beneficencia, universidades, etc., que se invierten y cuyos intereses se utilizan al final de cada periodo.
- Los dividendos provenientes de acciones preferentes de una compañía.

Puesto que los pagos de una renta perpetua, en teoría, no terminan nunca, es imposible calcular el valor futuro de los mismos; en cambio, el valor presente o actual de una renta perpetua está perfectamente definido. Por ejemplo, Sonia deposita $ 45,000 en una cuenta de inversión que paga un interés del 1.1 % mensual, un mes después puede retirar $ 495, el interés devengado por el capital, dejando intacto el capital inicial. Al final del segundo mes, podrá repetir la operación retirando otros $495 y así, en teoría, hasta el infinito. Se dice que $ 45,000 son el valor presente de una renta perpetua de $495 por mes.

Las rentas perpetuas pueden ser vencidas, anticipadas o diferidas.

Considere una renta perpetua de A dólares, que se pagará al final de cada periodo de interés. Si i es la tasa de interés por periodo, expresada en forma decimal, el valor presente de la renta perpetua simple vencida es aquella cantidad P que en un periodo de interés produce A dólares de intereses.

Esto es:

(P)*(i)=A

Por tanto:

P=A/i

EJEMPLO

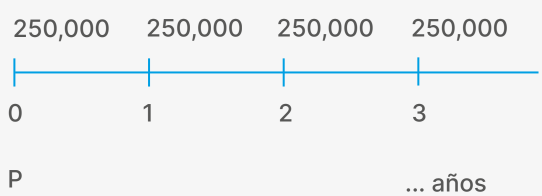
El testamento del señor González, conocido filántropo, establece que deberá pagarse al asilo de ancianos María Auxiliadora, una renta perpetua de $ 250,000, pagaderos al final de cada año. ¿Cuál es el valor actual de ese legado, suponiendo que se encuentra invertido al 12.64 % de interés anual?

Solución

El diagrama de tiempo de la perpetuidad es el siguiente:

Figura 40

Diagrama de Tiempo



Fuente: Carrera Asesor Técnico Financiero – Bloque Temático N°5

Según la ecuación de renta perpetua, se tiene:

P= (250000/0.1264) = $ 19,77848

El valor actual del legado es de $ 1,977,848. Lo que significa que, al invertir $ 1,977,848 a una tasa de interés simple del 12.64 % anual, se generará un interés de $ 250,000 al año, el cual es retirado y entregado al asilo. Los retiros serán por tiempo indefinido, excepto que cambie la tasa de interés, o bien, se retire todo o parte del capital.

EJEMPLO

Encuentre el pago mensual de una perpetuidad cuyo valor presente es de $ 360,000, suponiendo un interés del 13 % anual capitalizable cada mes.

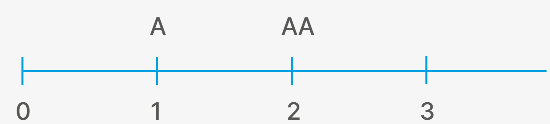
Solución

Debido a que la capitalización es mensual y el pago de la renta perpetua se efectúa cada mes, en realidad no existe la capitalización de los intereses.

El diagrama de tiempo de la perpetuidad es:

Figura 41

Diagrama de Tiempo Perpetuidad



Fuente: Carrera Asesor Técnico Financiero – Bloque Temático N°5

Despejando A de la ecuación de renta perpetua, se tiene:

A= (P)*(i)=(360,000)*(0.13/12)=$3,900

$ 360,000 invertidos al 13 % capitalizable cada mes generan un interés de $ 3,900 mensuales, el cual no es reinvertido, sino que se retira para utilizarse en alguna otra cosa. Mientras permanezca el dinero invertido al 13 %, el retiro de los $ 3,900 mensuales seguirá por tiempo indefinido.

EJEMPLO

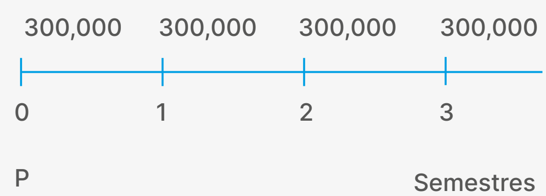
El testamento de una persona establece que parte de sus bienes serán invertidos de tal modo que el Centro de Investigación Biológica reciba, a perpetuidad, una renta de $ 300,000 al inicio de cada semestre. Si la tasa de interés es del 11.54 % anual, encuentre el valor presente de la donación.

Solución

El diagrama de tiempo de la perpetuidad es el siguiente:

Figura 43

Diagrama de Tiempo



Fuente: Carrera Asesor Técnico Financiero – Bloque Temático N°5

Obtener el valor presente de una perpetuidad anticipada, consiste en calcular la cantidad P que disminuida en una renta producirá una renta perpetua A. Es decir:

P-300,000=300,000/(0.1154/2)

P=549,9306.76

Si en lugar de retirar el interés a medida que se gana, se deja capitalizar por cierto número de periodos, al final de los cuales se retira el interés compuesto ganado, dejando solo el capital inicial, nuestro problema sería obtener el valor presente de una renta perpetua a pagar al final de cada cierto número de períodos de capitalización.

Sea n el número de períodos de capitalización que transcurrirán entre la fecha actual y la fecha en que el interés compuesto se retire. Si P es el capital inicial, entonces:

$F=P*(1+i)^n$

Si al monto anterior se le resta el capital inicial, el resultado será el interés compuesto generado en n períodos de capitalización; en otras palabras, el resultado de la resta es el valor de la renta perpetua.

Esto es:

$F-P=A$

$P*(1+i)^n-P=A$

Factorizando:

$A=P*[(1+i)^n-1]$

Por tanto:

$$P = A/(1+i)^n-1$$

EJEMPLO

Una institución de beneficencia recibe al final de cada semestre la cantidad de $ 180,000 por tiempo indefinido. Si la tasa de interés es del 10 % capitalizable cada mes, determine el valor presente de la donación:

$P=A/ (1+i)_{n}-1$

$P= 180{,}000/ [(1+ (0.10/12))_{6}-1]$

P = 3, 525,726.12

$ 3,525,726.12 es la cantidad de dinero que se debe invertir el día de hoy al 10 % capitalizable cada mes, con el fin de retirar $ 180,000 al final de cada semestre. La comprobación es la siguiente:

Si $ 3,525,726.12 se depositan en una cuenta de inversión durante seis meses al 10 % capitalizable cada mes, se tendrá un monto de:

$F = 3{,}525{,}726.12*((1+(0.10/12))_{6} = 3{,}705{,}726.12$

Si a la cantidad, se le resta el donativo hecho a la institución de beneficencia, se tiene el saldo que se volverá a invertir, este es:

Saldo para invertir es igual = $ 3,705,726.12-$ 180,000

Saldo para invertir = $ 3,525,726.12

Por tanto, la institución de beneficencia podrá seguir gozando del donativo semestral en tanto el capital continue ganando el 10 % anual con capitalización mensual.

ACTIVIDAD 11

Tenga presente las siguientes fórmulas y realice los ejercicios:

- *Valor presente de uan renta perpetua:*

$$P = A/$$

- *Perpetuidad:*

$$A = P*i$$

- *Valor presente de uan renta anticipada:*

$$P = A/(1 + i)^{n}-1$$

1. Rubén decide donar la cantidad de $ 1,500.00 mensuales de por vida a una persona si el banco le ofrece una tasa del 6 % anual ¿Qué cantidad deberá depositar en el banco para que se cumpla su decisión?

2. Como consecuencia de un seguro, una persona percibirá anualmente una renta perpetua, cuya primera cuota será de $ 50.000 y se irá incrementando en un 4 % cada año. Calcular el valor actual asumiendo que las cuotas son vencidas y con una valoración del 9 % anual.

3. Hallar el valor presente de una renta perpetua de $ 10.000 mensuales, suponiendo un interés del 33 %.

5.1.4 Anualidades generales

Las anualidades aprendidas hasta el momento han sido anualidades simples, es decir, anualidades donde el periodo de capitalización concuerda con el periodo de pago. Se indicó que una anualidad general es aquella en la que el periodo de capitalización no coincide con el periodo de pago. Por ejemplo, una persona deposita $ 600 cada quincena en una cuenta de ahorro cuyos intereses se capitalizan cada mes.

A continuación, se estudiarán las anualidades ciertas, inmediatas y generales, las que pueden ser vencidas, anticipadas o diferidas. A este tipo de anualidades se les conoce como anualidades generales.

Para resolver un problema de anualidad general es preciso transformarlo de tal manera que los periodos de pago y los de capitalización, coincidan. Es decir, es necesario cambiar la anualidad general en una anualidad simple equivalente. La forma más sencilla de llevar a cabo este cambio es convertir la tasa de interés dada en una tasa equivalente, cuyo periodo de capitalización coincida con el periodo de pago. La tasa equivalente se obtiene como se analizó anteriormente.

EJEMPLO

Calcule el monto y el valor presente de una anualidad vencida de $ 2,500 quincenales durante 3 años, si la tasa de interés es del 16 % capitalizable cada mes.

Solución

En este problema, el periodo de pago es de una quincena, en tanto que el periodo de capitalización es de un mes, por ello se cambia la tasa de interés dada, 16 % capitalizable cada mes, a una tasa equivalente cuyo periodo de capitalización sea quincenal, con el fin de que coincida con el periodo de pago.

Utilizando la ecuación de tasa equivalente analizada en la unidad anterior, se tiene:

$i_{eq}=[(1+i/m)^{m/q}-1]\ q=[(1+0.16/12)^{12/24}-1]*24$

$i_{eq}=15.94701924\%$ anual capitalizable cada quincena

Una vez obtenida la tasa equivalente, el problema deja de ser una anualidad general para convertirse en una anualidad simple vencida. Por tanto:

F=2,500*[(1+0.1594701924/24)72-1)/(0.1594701924/24)]=$229,869.89

P=2,500*[1-(1+0.1594701924/24)-72)/(0.1594701924/24)]=$142,691.55

Recuerde que una forma más sencilla de obtener el valor presente es utilizando la fórmula del interés compuesto, despejando P y utilizando $ 229, 869.89 como monto:

P=F/ (1+i) n=F*(1+i)-n = (229869.89) * (1+0.1594701924/24)-72

P=$142,691.55

EJEMPLO

Encuentre el valor futuro de 15 depósitos bimestrales anticipados de $ 8,000, si la tasa de interés es 11.5 % anual capitalizable cada mes.

Solución

En primer lugar, es necesario obtener la tasa de interés anual equivalente capitalizable bimestralmente.

$I_{eq}=[(1+0.115/12)^{12/6}-1]*6$

= 11.55510415% anual capitalizable cada bimestre

Usando la ecuación de valor futuro de una anualidad vencida, tenemos:

$F=8{,}000*[(1+(0.1155510415/6)^{15}-1)/(0.1155510415/6)]*(1+(0.1155510515/6))$

F = 140,258.74

EJEMPLO

Una tienda departamental vende un teléfono celular en $ 1,470 de contado. Se puede comprar a crédito a seis mensualidades, pagando una tasa de interés de 28 % capitalizable cada semana. ¿Cuál es el valor del abono mensual?

Solución

La tasa de interés equivalente es:

$I_{eq} = [(1+ (0.28/52)^{52/12} -1] = 28.25233627\%$

La mensualidad se obtiene despejando A de la ecuación de valor presente de una anualidad vencida:

$A = [(P)*(i)]/ ((1-(1+i)^{-n})$

$A = [(1{,}470)*(0.2825233627/12)]/ ((1-(1+0.2825233627/12)^{-6})$

A = 265.58

ACTIVIDAD 1

Tenga presente las siguientes fórmulas y realice los ejercicios:

- *Tasa equivalente*

$$i_{eq} = [(1 + i/m)^{m/q} - 1]$$

- *Fórmula general para el cálculo de valor futuro de una anualidad vencida:*

$$F = A*[((1 + i)^{n} - 1)/i]$$

- *Fórmula general para el cálculo de valor presente de una anualidad vencida:*

$$P = A*[1-(1 + i)^{-n})/i]$$

1. Si usted quiere depositar hoy en un banco que paga el 4 % mensual de interés, el dinero suficiente para cumplir con el pago de cuatro meses de alquiler, a razón de $ 500 mensuales. ¿Cuánto tendría que depositar?

2. ¿Cuál será el valor de un préstamo a dos años donde las cuotas trimestrales son de $ 960 USD y cobran un interés trimestral del 4 %?

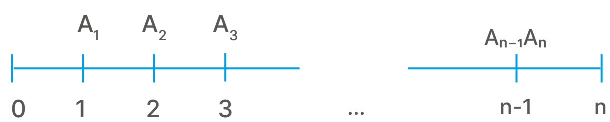
3. Calcular el valor futuro de la siguiente anualidad ordinaria. Juan deposita $ 2,000 semestrales durante ocho años y medio, al 8 % capitalizable semestralmente. ¿Que valor recibirá Juan al culminar el periodo?

5.1.5 Anualidades variables

Una **anualidad variable** es aquella cuyos pagos son diferentes entre sí. Si A_1, A_2, A_3.........., A_n son los pagos hechos al final de cada periodo, se tiene el siguiente diagrama de tiempo:

Figura 43

Diagrama de Tiempo



Fuente: Carrera Asesor Técnico Financiero – Bloque Temático N°5

Si $A_1 < A_2 < A_3 < . . . < A_n$, entonces, se dice que la anualidad es variable creciente. Si $A_1 > A_2 > A_3 > . . . > A_n$, se tiene una anualidad variable decreciente. Si la anualidad es variable y no corresponde a uno de los tipos anteriores, se tiene una anualidad variable sin dirección.

Cualquiera que sea el tipo de problema de anualidad variable, este se resuelve utilizando ecuaciones de valor, como se muestra en los siguientes ejemplos:

EJEMPLO

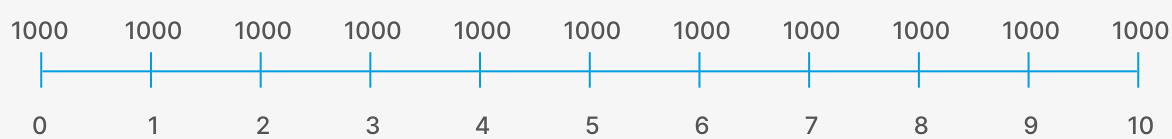
El Banco Nacional ofrece un interés del 10 % capitalizable cada mes en las cuentas de ahorro. Ricardo planea depositar $ 1,000 cada fin de mes, durante tres meses, en una cuenta de ahorro de dicho banco. Los tres meses siguientes piensa depositar $ 2,000 cada mes y posteriormente depositar $ 2,500 mensuales durante cuatro meses. Encuentre el monto de lo ahorrado, así como el interés ganado.

Solución

De acuerdo con los datos, se tiene el siguiente diagrama de tiempo:

Figura 44

Diagrama de Tiempo



Fuente: Carrera Asesor Técnico Financiero – Bloque Temático N°5

Tomando el mes 10 como fecha focal, se tiene:

$F=1{,}000*(1+0.10/12)^9+1{,}000*(1+0.10/12)^8+1{,}000*(1+10/12)^7+2{,}000*(1+0.10/12)^6+ 2{,}000*(1+010/12)^5+2{,}000*(1+010/12)^4+2{,}500*(1+010/12)^3+2{,}500 *(1+010/12^{)2}+2{,}500* (1+010/12)^1+2500$

F=$ 19,586.05

Otra forma de calcular el monto es mediante el planteamiento de la

siguiente ecuación de valor, cuya fecha focal es el mes 10:

$F=1{,}000[(1+0.10/12)^3-1/(0.10/12)]\ (1+0.10/12)7+2{,}000[(1+0.10/12)^3-1/\ (0.10/12)]\ (1+0.10/12)^4 +2{,}500[(1+0.10/12)_4-1/(0.10/12)]$

El interés ganado es:

I=F-P=19,586.05-[(1,000)*(3)+(2000)*(3)+(2500)*(4)]=$586.05

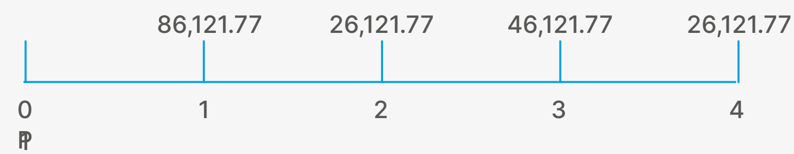
EJEMPLO

Rafael compró a crédito un motor para su lancha. El pago se hará mediante cuatro abonos trimestrales vencidos de la siguiente forma: $ 86,121.77 dentro de tres meses, $ 66,121.77 dentro de seis meses, $ 46,121.77 dentro de nueve meses y $ 26,121.77 dentro de un año. Si la tasa de interés cobrada es de 2.17974 % mensual capitalizable cada mes, obtenga el precio de contado del motor y elabore la tabla de amortización.

Solución

Figura 45

Diagrama de Tiempo



Fuente: Carrera Asesor Técnico Financiero – Bloque Temático N°5

Donde P es el precio de contado del motor. Como el periodo de capitalización no coincide con el periodo de pago, se debe calcular primero la tasa de interés equivalente:

I_{eq} = $[(1+ (0.2717974/12))^{12/4} -1]$ = 27.8% capitalizable cada trimestre

Para obtener el valor presente (o precio de contado) de los pagos trimestrales, se plantea la siguiente ecuación de valor, estableciendo la fecha focal en el momento actual:

$P = 86{,}121.77*((1+(0.278/4))^{-1}+ 66{,}121.77*(1 + (0.278/4))^{-2} + 46{,}121.77*(1 + (0.278/4))^{-3}+ 26{,}121.77*(1 + (0.278/4))^{-4} = 196{,}000$

La tabla de amortización es la siguiente:

Tabla 14

Tabla de Amortización

Trimestre	Amortización	Intereses	Abono	Saldo Insoluto
0				196,000.00
1	72,499.77	13,622.00	86,127.77	123,500.23
2	57,538.50	8,583.27	66,127.77	65,961.73
3	41,537.43	4,584.34	46,121.77	24,424.30
4	24,424.28	1,697.49	26,121.77	0.02

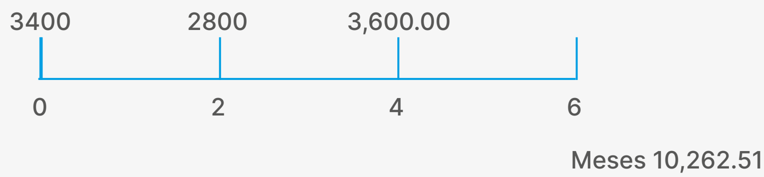
EJEMPLO

Juana abrió una cuenta de ahorro depositando $ 3,400. Dos meses después depositó $ 2,800 y dos meses más tarde hizo un depósito de $ 3,600. Pasando dos meses desde el último depósito, Susana retiró su dinero, recibiendo $ 10,262.51 en total. Si la capitalización es mensual, obtenga la tasa de interés que le pagó el banco.

Solución

Figura 46

Diagrama de Tiempo



Fuente: Carrera Asesor Técnico Financiero – Bloque Temático N°5

Si se toma como fecha focal, la fecha de retiro del dinero, se puede formular la siguiente ecuación de valor:

10,262.51 = 3,400*((1+i/12))6+ 2,800*((1+ (i/12))4+ 3,600*((1+ (i/12))2

Donde i es la tasa de interés. La ecuación de valor anterior se puede resolver mediante métodos analíticos, sin embargo, resulta más sencillo resolverla mediante prueba y error o bien mediante una calculadora financiera.

El valor de i que satisface la ecuación es 14 % anual capitalizable cada mes. La mayor parte de las anualidades vencidas son del tipo creciente o decreciente y los aumentos o disminuciones se llevan a cabo de una manera constante.

Gradiente

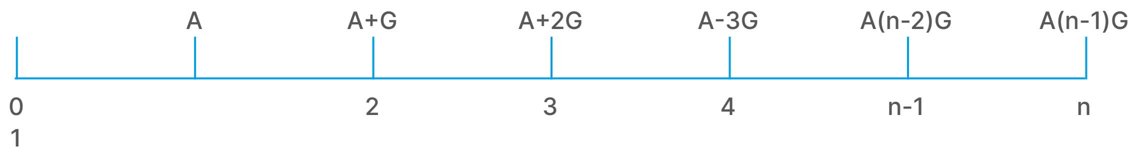
Una serie de gradiente, es una serie de pagos hechos en intervalos iguales de tiempo y que aumentan o disminuyen de acuerdo a la regla establecida. La cantidad constante de aumento o disminución recibe el nombre de gradiente y la cantidad usada como inicio de la serie recibe el nombre de cantidad base o simplemente base. Se consideran dos clases de gradiente: el aritmético y el geométrico.

Gradiente aritmético

En el gradiente aritmético los pagos varían en una sucesión aritmética; esto es, cada pago es igual al anterior, más la cantidad constante. Si la cantidad constante es positiva, los pagos son crecientes, si la cantidad es negativa, los pagos son decrecientes. A continuación, se muestra un diagrama del tiempo para un gradiente aritmético:

Figura 47

Diagrama de Tiempo



Fuente: Carrera Asesor Técnico Financiero – Bloque Temático N°5

En este diagrama, **A** es la cantidad base y **G** es el gradiente aritmético. Sea **P** el valor presente de la serie de gradiente anterior. Si se toma como fecha focal el momento actual, se tiene:

$P = A*(1+i)^{-1} + (A+G)*(1+i)^{-2} + (A+2G)*(1+i)^{-3} + ...+ [A+ (n-1)*G](n-1)^{-n}$

Donde i es la tasa de interés por período. La igualdad anterior se puede escribir como:

$P = A*(1+i)^{-1} + A*(1+i)^{-2} + G*(1+i)^{-2} + A*(1+i)^{-3}+ 2G*(1+i)^{-3} + A*(1+i)^{-n}+ (n-1)*G*(1+i)^{-n}$

Reacomodando términos se tiene:

$P = [A*(1+i)^{-1} + A*(1+i)^{-2} + A*(1+i)^{-3} + A*(1+i)^{-n}] + [G*(1+i)^{-2}+2G*(1+i)^{-3} +...+ (n-1)*G*(1+i)^{-n}]$

El primer corchete de la igualdad anterior es el valor presente de una anualidad vencida, por tanto:

$P = A*[(1-(1+i)^{-n}/i] + G*(1+i)^{-2} + 2G*(1+i)^{-3} + ...+ (n-1)*(1+i)^{-n}]$

Factorizando a G en la expresión:

$P = A*[(1-(1+i)_{-n})] + G*[(1+i)_{-2} + 2*(1+i)_{-3} + ...+ (n-1)*(1+i)_{-n}]$ (1)

Sea $L= (1+i)^{-2} + 2*(1+i)^{-3} +...+ (n-1)*(1+i)^{-n}$

Al resolver la suma anterior se tiene:

$L = (1/i^{2})*[1 – (1+(n)*(i))/ (1+i)^{n}]$ (2)

Sustituyendo la expresión (2) en la ecuación, se tiene:

$P = A*[(1-(1+i)^{-n}/i]* (G/i2)*[1 – (1+(n)*(i))/(1+i)^{n}]$ La ecuación mostrada es la fórmula general para obtener el valor presente de una serie de gradiente aritmético.

Para calcular el valor futuro de la serie de gradiente aritmético, se utiliza la fórmula de interés compuesto:

$F = P*(1+i)-^{n}$

Donde P es sustituida por la ecuación de valor presente de una serie de gradiente aritmético:

$F = \{A*[(1-(1+i)^{-n}/i] + (G/i2)* [1-(1+ (n)*(i))/ (1+i) n]\} * (1+i)^{n}$

Es decir:

$F = A* [(1-(1+i)^{-n}/i]*(1+i) n +(G/i^{2})*[(1-(1+ ((n)*(i))/ (1+i)^{n}] (1+i)^{n}]$

Simplificando la expresión anterior:

$$F = A* [(1-(1+i)^{-n}/i] + (G/i^{2})*[(1+i)^{n} - (1+(n)*(i))]$$

EJEMPLO

Pedro Páramo pide prestada cierta cantidad de dinero y firma un contrato pagaré, en él se estipula la obligación de pagar en un año con pagos mensuales vencidos y una tasa del 30 % anual con capitalización mensual. Si el primer pago mensual es de \$ 1,300 y los pagos sucesivos aumentarán en \$ 200 cada mes, encuentre la cantidad de dinero que Pedro pidió prestada. ¿Cuánto paga de intereses?

Solución

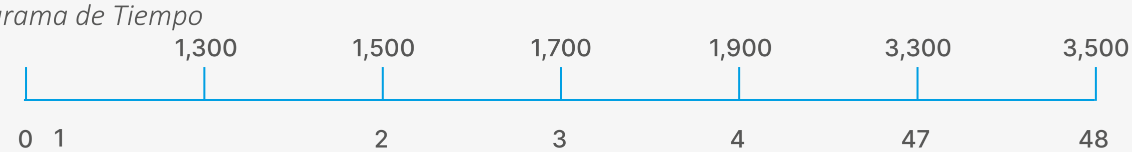
El valor del pago número 12 se obtiene de la siguiente manera:

A12 =1,300*(12-1) = 3,500

Por tanto el diagrama de tiempo es el siguiente:

Figura 48

Diagrama de Tiempo



Fuente: Carrera Asesor Técnico Financiero – Bloque Temático N°5

En este problema, los pagos forman parte de una sucesión aritmética, donde la cantidad base es \$ 1,300 y el gradiente es igual a \$ 200.

A = 1,300	G = \$ 200	n = 12	i = 30 %	anual = 2.5 % mensual

Sustituyendo estos valores numéricos en la ecuación de valor presente de una anualidad variable, se tiene:

$P = 1,300*[(1-(1+0.0025)^{-12})/0.025]+200/(0.025)^{2}*[(1+(12()*(0,025)/(1+0.025)^{12})]$

P = 24,015.25

Los intereses son la diferencia entre el pago total y la cantidad prestada. El número pagado es la suma de una sucesión aritmética, esto es: 1,300 + 1,500 + 1,700 +…+3,500 El valor de la suma se obtiene de la siguiente manera:

1,300 + 1,500 + 1,700 +… + 3,500 = (12/2)/ (1,300+3,500) = 28,800

Por tanto:

I = 28,800 – 24,015 = 4,784.14

EJEMPLO

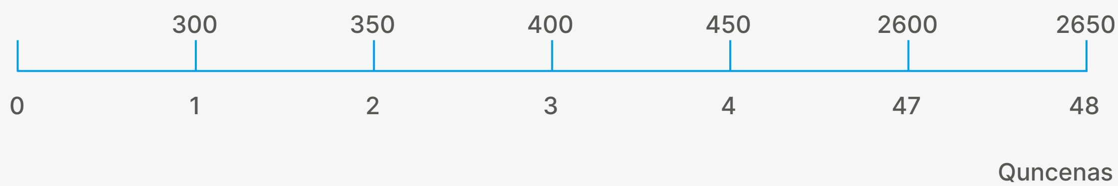
Margarita desea ahorrar cada fin de semana para su quincena \$ 300 durante 2 años, aumentando sus depósitos sucesivos \$ 50 cada quincena. Encuentre el monto y el interés ganado al cabo de 2 años, si la tasa de interés es del 14.0408 % capitalizable cada mes.

Solución

El número total de depósitos quincenales en dos años será 48, por tanto: Depositando la quincena número 48 = $A^{48} = 300 + (48 - 1)*(50) = \$\ 2{,}650$, por tanto:

Figura 49

Diagrama de Tiempo



Fuente: Carrera Asesor Técnico Financiero – Bloque Temático N°5

Como el periodo de capitalización no coincide con el periodo de depósito, es necesario encontrar la tasa equivalente:

$I_{eq} = [(1 + (0.140408/12)^{12/14} - 1]*24 = 14$ % anual capitalizable quincenalmente.

En este ejemplo, la base es \$ 300 y el gradiente es \$ 50. Por tanto, utilizando la ecuación de valor futuro de una anualidad variable, tenemos:

$$F = 300*[((1+ (0.14/25))^{48} - 1)/(0.14/24)] + (50/(0.14/24)^{2})*[(1+(0.14/24))^{48} - 1+((48)*(0.14))/24)]$$

$$F = 78{,}356.22$$

Para calcular la cantidad total depositada por Margarita, se plantea la siguiente ecuación:

$$S^{48} = (48/2)*(300 + 2650) = \$\ 70{,}800$$

Si Margarita depositó un total de \$ 70,800, y el monto obtenido es fue de \$ 78,356.22, entonces el interés ganado fue:

$$I = 78{,}356.22 - 70{,}800$$

$$I = 7{,}556.22$$

ACTIVIDAD 1

De acuerdo con lo anterior, realice los siguientes ejercicios de anualidades anticipadas y vencidas:

1. El señor González deposita $ 1,500 al principio de cada mes en una cuenta bancaria que paga una tasa de interés de 32.4 % anual capitalizable mensualmente. ¿Cuál es su saldo después del primer año de ahorro?

2. ¿Cuál es el valor presente de $ 5,000 depositados en una cuenta al final de cada trimestre durante cuatro años, si la tasa de interés es del 28 % capitalizable en forma trimestral?

3. ¿Cuál es el Valor Presente de $ 1,600 depositados por Juan en una cuenta de ahorros al final de cada trimestre durante cuatro años, si la tasa de interés es del 8 % convertible trimestralmente?

6 Amortización con Interés Simple

Muchos créditos se pagan mediante un pago único en la fecha de vencimiento.

A pesar de esto, es muy común que los créditos se pacten para pagarlos mediante abonos mensuales o pagos parciales, se dice entonces que, el crédito se amortiza.

Figura 50

Fuente: Carrera Asesor Técnico Financiero – Bloque Temático N°5

Amortizar significa pagar una deuda mediante cancelaciones parciales o abonos, los cuales pueden ser equivalentes en valor o variables, realizados a intervalos de tiempo iguales o desiguales. En la mayoría de las operaciones a crédito se acostumbra pagar las deudas mediante abonos de igual cuantía, que incluyan capital e intereses, y pagos realizados en igual intervalo de tiempo.

Para que esto sea así, basta dividir el monto de la deuda entre el número de abonos, es decir:

Abono = monto de la deuda/número de pagos

La amortización de un crédito puede realizarse manejando el interés simple o compuesto. En el presente capítulo, se tratará la amortización con interés simple solamente. Ésta se lleva a cabo de dos maneras distintas:

a. Amortización con interés global.

b. Amortización con intereses sobre saldos insolutos.

6.1 Amortización con Interés Global

En la amortización con interés global los intereses se calculan sobre el total de la deuda, sin tomar en cuenta los pagos parciales efectuados. Este método de calcular el cargo financiero se conoce en Estados Unidos como Addon Interest Method. A continuación, se ilustra con el siguiente ejemplo.

EJEMPLO

El señor Pérez compró un refrigerador a crédito, cuyo precio de contado es de $ 6,000, bajo las siguientes condiciones de pago: Tasa de Interés Global del 39.84 % y seis meses para pagar con abonos mensuales iguales en cantidad. Calcule el pago mensual.

Solución

En primer lugar calculamos el monto de la compra a crédito:

M = 6,000 *((1+(0.3984*6))

M = $7,195.20

Al dividir este monto entre el número de pagos mensuales, se determina el valor del abono mensual:

Abono mensual = 7,195.20/6=$1,199.20

Son dos las razones por las que se prohíbe el uso del interés global:

1. Es una regla injusta, ya que no bonifica intereses por los abonos efectuados.
2. La tasa de interés en realidad es superior a la tasa mencionada. A continuación se muestra el cálculo correspondiente.

En el ejemplo anterior, cada pago de $ 1,199.20 se divide en dos partes:

$ 1,000 (el cual se obtiene al dividir $ 6,000 entre seis meses) para pagar el capital y $ 199.20, para pagar los intereses.

Cada mes, después de realizado el pago, la deuda se reduce en $ 1,000, pero el deudor sigue pagando los mismos intereses, lo que hace que la tasa en realidad no sea 39.84 %, sino que aumenta cada mes.

Por ejemplo, después de cada abono de capital, la deuda se reduce en $ 2,000 y el interés sigue siendo de $ 199,20, por lo tanto, la tasa de interés realmente aplicada para el quinto mes es:

i= 199,20/((2,000)*(1)*12

i= 119.52% anual

Al momento del último pago, el deudor paga un interés de $199,20 sobre una deuda de $1,000. La tasa de interés realmente aplicada es:

i= 199,20/((1,000)*(1)*12

i= 239.04% anual

6.2 Amortización con Sobre Saldos Insolutos

Si la palabra insoluto significa lo no pagado, entonces los intereses cobrados sobre el saldo insoluto significan el interés calculado en una deuda por pagar cada vez que se realiza un abono.

EJEMPLO

El señor Pérez compró un refrigerador a crédito, cuyo precio de contado es de $ 6,000, bajo las siguientes condiciones de pago: Tasa de Interés Global del 39.84 % y seis meses para pagar con abonos mensuales iguales en cantidad. Calcule el pago mensual.

Solución

El problema propuesto se resuelve de dos formas:

1. Se resolverá desarrollando una tabla de amortización, la cual muestra una evolución de la deuda periodo a periodo.

Atención: en este momento es necesario hacer la diferencia entre abono y amortización. Amortizar significa liquidar el capital mediante una serie de pagos, generalmente iguales, mientras que el abono es la suma de la amortización más el interés generado en el periodo. Por lo anterior, la amortización es la parte del abono que reduce el capital de la deuda y se simboliza mediante la letra a.

En el ejemplo anterior, la amortización es 1,000

Amortización = a = 6,000/6 = $ 1,000

Los intereses mensuales, se deben deducir sobre la parte no pagada del capital (saldo insoluto) que va existiendo posteriormente de cada amortización. Desde el inicio del crédito hasta el final del primer mes, el capital insoluto es $ 6,000, por lo tanto, la primera amortización será:

I=6,000*(0.3984/12)*(1)=$199.20

Al final del primer mes se tendrá que pagar $ 1,000 más los $ 199.20 de los intereses, es decir, que se tendrá que dar un abono del $ 1,199.20. El saldo insoluto al inicio del segundo mes es: $ 6,000 – $ 1,000 = $ 5,000, por lo tanto, el interés a pagar en el segundo mes será:
I=5,000(0.398412/12)*(1)= $ 166
El segundo abono será entonces:
$ 1,000 + $ 166 = $ 1,166

Al pagar el segundo abono, el saldo insoluto será \$ 5,000- \$ 1,000 = \$ 4,000, por lo que el interés a pagar en el tercer mes será:
I=4,00*(0.3984/12)*(1) = \$132.80
El tercer abono será entonces:
\$1,000 + \$132.80 = \$1,132.80

Siguiendo de esta manera, a continuación, se presenta la tabla de amortización.

Tabla 15
Tabla de Amortización

Mes	Amortización	Interés	Abono	Saldo Insoluto
0		0	0	6,000.00
1	1,000.00	199.20	1,199.20	5,000.00
2	1,000.00	166.00	1,166.00	4,000.00
3	1,000.00	132.80	1,132.80	3,000.00
4	1,000.00	99.60	1,099.60	2,000.00
5	1,000.00	66.40	1,066.40	1,000.00
6	1,000.00	33.20	1,033.20	-
Total	6,000.00	697.20	6,697.20	

El precio total pagado por el refrigerador es de \$ 6,697.20 de los cuales, \$ 6,000 corresponden al capital y \$ 697,29 corresponden a los intereses. Como se observa, el interés cobrado sobre saldos insolutos es menor que el interés cobrado mediante el interés global.

Además, se observa que el abono es cada vez mínimo, debido a que los intereses van decreciendo cada mes.

Es práctica común que el abono sea igual cada mes. En este caso, el abono mensual constante es:

Abono = \$6,697.20/6 = %1,116.20

En las operaciones de crédito a mediano y largo plazo el cálculo del pago periódico constante, sea este semanal, quincenal, mensual, etc., se convierte en un trabajo demasiado laborioso y tardado. Por tal motivo, se deducirá una fórmula que permita obtener el interés total sobre saldos insolutos.

Sea **P** el saldo insoluto al inicio, mientras que el interés por pagar al final del primer periodo será **Pi**. En el segundo periodo, el saldo insoluto es **(P-a)** y el interés a pagar será **(P-a)i**, el saldo insoluto será en el tercer periodo es **(P-2a)** y el interés a pagar será **(P-2a)i**, y así sucesivamente, de tal forma que se obtiene un conjunto de elementos:

Pi(P-a)i, (P-2a)i, (P-3a)i……….

El conjunto anterior, forma una sucesión aritmética con diferencia común. (-ai).Por lo tanto, es posible calcular el n-ésimo término de la sucesión mediante la siguiente ecuación:

I_n=Pi+(n-1)(-ai)=Pi-ai(n-1)

Al sumar los términos de la sucesión se obtiene el interés total, I, en n periodos:

S_n=I=((Pi+Pi - ai(n-1))

Simplificando:

$$I = ni/2*(2P - a\ (n-1))$$

Utilice la ecuación anterior, para calcular el abono total constante en el ejemplo 15 presentado
P =\$ 6,000
a =\$ 1,000
n = 6 meses
i = 39 84% anual = 3.32% mensual
Solución
Abono mensual = Monto/n
Abono mensual = (6,000 + 697.20) /6
Abono mensual = 1116,20

EJEMPLO

Un préstamo de $ 90,000 debe liquidarse en un año mediante pagos bimestrales, cobrando una tasa de interés simple sobre saldos insolutos igual a la TIIE vigente en el momento de realizar el pago, más 10 puntos porcentuales.

El préstamo fue otorgado el 5 de julio del 2012 y el pago debe hacerse el día cinco, empezando con el 5 de septiembre. Obtenga el pago total que se deberá realizar cada bimestre, sabiendo que la TIIE fueron las siguientes:

Tabla 16

Tabla de Amortización

Bimestres	Tasa de referencia	Tasa de interés
1	10.52%	20.52%
2	10.31%	20.31%
3	10.75%	20.75%
4	11%	21.00%
5	11.40%	21.40%
6	11.87%	21.87%

Solución

El interés total debe calcularse mediante una tabla de amortización, considerando que el financiamiento es pactado a una tasa variable. El primer paso es calcular el abono mensual, como se muestra a continuación:

a = 90,000/6 = $15,000.

Tabla 17

Tabla de Amortización

Bimestre	Amortización	Interés	Abono	Saldo Insoluto
0				$ 90,000.00
1	$ 15,000.00	$ 3,078.00	$ 18,078.00	$ 75,000.00
2	$ 15,000.00	$ 2,538.75	$ 17,538.75	$ 60,000.00
3	$ 15,000.00	$ 2,075.00	$ 17,075.00	$ 45,000.00
4	$ 15,000.00	$ 1,575.00	$ 16,575.00	$ 30,000.00
5	$ 15,000.00	$ 1,070.00	$ 16,070.00	$ 15,000.00
6	$ 15,000.00	$ 546.75	$ 15,546.75	$ 0.00
Total	$ 90,000.00	$ 10,883.50	$ 100,883.50	

ACTIVIDAD 1

Después de visto el tema anterior y con el objetivo de aplicar los conocimientos adquiridos sobre amortizaciones, realice el siguiente ejercicio:

- Una persona obtiene un préstamo de $ 12,000 que será pagado en seis cuotas con un Interés del 3 % mensual. Hallar el valor de la cuota:

P= $ 12,000

i= 3 % mensual

n= 6 cuotas

- Carlos adquiere una deuda de $ 500,000 la cual se debe amortizar en cinco años con pagos anuales iguales al 8 %. Hallar el valor de cada cuota y elaborar el cuadro de amortización de la deuda.

7 POLÍTICAS ORGANIZACIONALES

La **política organizacional** es un conjunto de normas para ayudar o facilitar la toma de decisiones en una organización. De acuerdo con lo anterior, una política es una lista de propósitos y es implementado como un procedimiento. Las políticas son generalmente implementadas por los órganos de alto nivel de una empresa y son desarrolladas y adoptadas por altos funcionarios del ejecutivo. Con referencia al asunto de toma de decisiones significativas de la organización, incluyendo la caracterización de otras alternativas como programas o prioridades de gasto, y elegir entre ellos sobre la base del impacto que tendrán, pueden ser entendidas como mecanismos políticos, financieros y administrativos dispuestos para alcanzar los objetivos de la empresa.

Es importante diferenciar las políticas de las normas o reglas que se aplican de manera particular en cada caso. Las políticas son una serie de directrices a las que responden las normas, los procedimientos y las habilidades empresariales y como el marco dentro del que deben desarrollarse las actividades de la empresa.

Las políticas organizacionales se componen de:

- La declaración o enunciación del principio.
- La descripción del alcance (a que área se aplica y a quienes involucra).
- Los mecanismos de ejecución encargados de ejecutarlas.
- Los mecanismos de verificación encargados del cumplimiento.

Existen varios tipos de políticas. Según su tiempo de ejecución, pueden tratarse de:

+ **Política a largo plazo,** que responden a los objetivos de la empresa y que están relacionados con elementos que se suponen más prolongados como el desarrollo y el crecimiento.
+ **Política a corto plazo,** que responden a la necesidad de soluciones prontas para situaciones que afectan o podrían afectar las actividades de la empresa.

De acuerdo con el ámbito al que se aplican, las políticas empresariales pueden ser:

+ **Política de finanzas,** que se enfoca al manejo de los recursos económicos.
+ **Política de operaciones,** se dirige a la parte productiva, optimizando los recursos de una manera eficaz y eficiente.
+ **Política de personal,** se basa en todo lo relacionado con el recurso humano.
+ **Política de mercado,** que determina las estrategias de mercadeo y publicidad.

- Finalmente, los tipos de políticas empresariales según su alcance o el nivel jerárquico sobre el que inciden son:

+ **Políticas generales,** que afectan a la empresa en su conjunto, son manuales esenciales que responden a la destreza y a la naturaleza de la empresa. Deben, además, ser la base de las políticas específicas.
+ **Políticas específicas,** que dirigen las acciones, decisiones y procedimientos llevados a cabo por los distintos departamentos que conforman la empresa.

Si bien es cierto que las políticas organizacionales en una empresa son importantes, en una entidad financiera son verdaderamente indispensables ya que las entidades financieras deben de establecer criterios que evalúen a sus clientes y que les ayuden a establecer el nivel de riesgo a que estarán expuestas con la colocación de los créditos.

Las políticas de crédito son los lineamientos técnicos de los que dispone el gerente financiero de una empresa, con el propósito de conceder facilidades de pago a un determinado cliente. Dicha política involucra la determinación de la selección de crédito, las normas de crédito y las condiciones de crédito.

La política de crédito de una empresa da la pauta para determinar si debe concederse crédito a un cliente y el monto. La empresa no solamente debe ocuparse de los estándares de crédito que establece, sino también de la utilización correcta de estos estándares al tomar decisiones de crédito.

Entre los temas a considerar en una política de crédito se deben tener en cuenta el mercado objetivo, el portafolio de los productos, los costos y límites de tiempo al igual que los procedimientos de aprobación, deben estar definidos de una manera clara y estar soportados por unos procedimientos.

Esta política debe revisarse periódicamente y, de ser necesario, modificada para que cumpla con los objetivos establecidos en la estrategia y se amolde a los cambios internos y externos.

7.1 Políticas de Crédito

Toda entidad financiera cuenta con políticas a la hora de otorgar créditos tanto de libre inversión, hipotecarios, créditos de vehículo o microcréditos; todos tienen sus políticas establecidas para mitigar los riesgos en el momento de otorgarlos.

Cada entidad maneja sus condiciones y sus requisitos de acuerdo al crédito solicitado, como ejemplo se cita a Bancolombia, quien maneja un producto para microempresarios para fortalecimiento del negocio.

El microempresario debe contar con unos requisitos para acceder al crédito.

Requisitos:

- El plazo para el pago es de 12 a 60 meses, según su destinación.
- Prestamos desde 1 SMMLV hasta 120 SMMLV.
- El crédito cuenta con un Seguro de Vida para deudor.
- Cobro de comisión Mipyme.
- Edad entre 22 y 74 años.
- No se exige Cámara de Comercio a los microempresarios.
- Tasas de interés fijas o variables (de acuerdo con la DTF).
- Crédito diseñado para la financiación de capital de trabajo, activos del negocio y mejoras locativas.

La empresa o unidad productiva debe cumplir con estos requisitos:

- Mínimo un año de constitución.
- Activos con valor menor a 500 SMMLV.
- El total de endeudamiento debe ser inferior a 120 SMMLV con todo el sector financiero incluyendo la nueva deuda a adquirir (exceptuando crédito hipotecario).

Simulador de Microcrédito

https://www.grupobancolombia.com/wps/portal/empresas/productos-servicios/creditos/cartera-comercial/microcredito/simulador-mi-negocio##sim-results

Ingresa el valor del crédito que te interesa, para saber cuál sería el valor aproximado de la cuota mensual.

Ingresa el monto ($):	100,000
Ingresa el plazo (meses):	24
Ingresa tu fecha de nacimiento:	1998-01-09
Cuota mensual:	$62,207.45
Seguro de vida asociado a la deuda:	$1,200.00
Cuota mensual más seguro:	$63,407.45
Tasa utilizada en la simulación:	3.49 %

ACTIVIDAD 1

De acuerdo con lo anterior, realice la siguiente actividad de Políticas Organizacionales:

1. Investigue las políticas de crédito de una entidad financiera y consulte los requisitos exigidos en el momento de solicitar un microcrédito.

2. Suponga que es el dueño de una entidad financiera, de acuerdo a sus conocimientos y a la importancia de la política de crédito, cree una para su entidad.

BIBLIOGRAFÍA

- Ejercicios de anualidades. (2017, 6 marzo). https://es.slideshare.net/edgladysmora/ejercicio-de-anualidades-resueltos https://es.slideshare.net/edgladysmora/ejercicio-de- anualidades-resueltos

- Ejercicios de matemática financiera. (2012, 7 junio). indaptefi.blogspot.com/2012/06/ejercicios-de-matematica-financiera.html. https://indaptefi.blogspot.com/2012/06/ejercicios-de-matematica-financiera.html

- Equipo Editorial Pymas. https://www.pymas.com.co/ideas-para-crecer/recursos-humanos/tipos-de-politicas-de-una-empresa. https://www.pymas.com.co/ideas-para-crecer/recursos-humanos/tipos-de-politicas-de-una-empresa

- León, F. (2021, 11 agosto). Conversiones de tasas de interés efectivas, nominales y periódicas. (2019, 18 diciembre). https://www.rankia.cl/blog/analisis-ipsa/3515694-conversiones-tasas-interes-efectivas-nominales-periodicas#titulo1. https://www.rankia.cl/blog/analisis-ipsa/3515694-conversiones-tasas-interes-efectivas-nominales-periodicas#titulo1

- Sparkassenstiftung für internationale Kooperation (Fundación Alemana de Cajas de Ahorro para la Cooperación Internacional). (2014). Matemáticas Básicas para Microfinanzas (Sparkassenstiftung für internationale Kooperation, Fundación Alemana de Cajas de Ahorro para la Cooperación Internacional), Ed.; Carrera Asesor Técnico Financiero ed., Vol. 1). Sparkassenstiftung für internationale Kooperation.

- Wikipedia. Políticas organizacionales. (2021, 12 mayo). https://es.wikipedia.org/wiki/Pol%C3%ADtica_organizacional. https://es.wikipedia.org/wiki/Pol%C3%ADtica_organizacional

RESPUESTAS

ACTIVIDAD N°1

1. El interés sería de $125.000.
2. El interés simple generado en un plazo fijo sería de $ 3,200,000 durante los dos años.
3. Se le aplicó un interés de 8,92 % anual.
4. El capital inicial fue de $ 14,000,000.
5. Se acumulará un capital de $ 659,125.

ACTIVIDAD N°2:

1. El valor presente de los 15,000 dólares, 10 meses antes de su vencimiento, es de 14,285 dólares.
2. El valor presente es de $ 27,272.
3. El valor presente de la deuda, dos meses antes de su vencimiento, sería de $ 169.377.

ACTIVIDAD N°3:

1. Interés ordinario: $ 2,400. Interés exacto: $ 2,367.
2. Interés simple comercial: $ 9,361. Interés exacto: $ 9.263.
3. Interés comercial: 50.

Interés Exacto: 48,32. La mejor opción, interés comercial.

ACTIVIDAD N°4:

1. En este caso, la tasa de interés nominal es igual a la tasa efectiva, la cual será una tasa efectiva anual de 42 %.
2. La tasa efectiva es del 18 % semestral.
3. La tasa nominal es 32 % nominal trimestral.
4. La tasa efectiva es del 18 % con capitalización semestral.
5. La tasa nominal es de 1,25 % capitalizable mensual.
6. La tasa efectiva seria 9 % capitalizable bimestralmente.

Actividad N°5:

1. El valor único a pagar es de $ 14,780.
2. Por la compra de la maquinaria, el pago total será $ 29,807.84 a los tres meses.
3. El valor del pago final sería de $ 38,443.84.

Actividad N°6:

1. Equivale a una tasa de 9,2025 efectiva.
2. La cantidad de dinero disponible a depositar es de $ 9,383.44.
3. El valor que se puede retirar al final del plazo pactado es de $ 638,073.87.
4. El monto a dejar sería de $ 20,890.77

RESPUESTAS

ACTIVIDAD N°7:

1. El valor a pagar es de $ 684,800.

2. El valor presente es $ 1,465.63.

3. Deberá pagar una cantidad de $ 491.64.

ACTIVIDAD N°8:

1. F= $ 128,149.   I=$ 128149-12,000 = 116149.

2. Valor futuro = $ 6,341.

   Interés ganado = 341

3. El valor presente es de $ 559.

ACTIVIDAD N°9:

1. El monto asciende a $ 4,178,245.712

2. Tendría $2,289.78.

3. Valor presente $ 45,470.

ACTIVIDAD N°10:

1 El equipo tendrá un costo de $ 13,911 al finalizar.

2. Valor actual $ 12,359.

3. El valor de contado sería de $ 57,128.78.

ACTIVIDAD N°11:

1. $ 300,000.

2. $ 1,000,000.

3. Vp = 363,636.36.

ACTIVIDAD N°12:

1. Debe depositar el valor de $ 1,814.95 para recibir durante meses el valor de $ 500.

2. El valor de un préstamo es de $6,463.44.

3. El valor futuro sería de $ 47,395.07.

ACTIVIDAD N°13:

1. Recibe en total al final de un año $ 21,493.91.

2. El valor actual de la anualidad es $ 547,233.24.

3. El valor presente es de $ 21,724.33.

Actividad N°14:

1. Valor de la cuota mensual es de $2,215.17.

2. Valor de la cuota mensual es de $125,228.33.

ESTADO DE AMORTIZACIÓN				
PERIODO	**RENTA**	**INTERÉS**	**AMORTIZACIÓN**	**SALDO**
0	0			$ 500.000,00
1	$ 125.228,33	$ 40.000,00	$ 85.228,23	$ 414.771,77
2	$ 125.228,33	$ 33.181,74	$ 92.046,49	$ 322.725,77
3	$ 125.228,33	$ 25.818,02	$ 99.410,21	$ 223.315,07
4	$ 125.228,33	$ 17.865,21	$ 107.363,02	$ 115.952,05
5	$ 125.228,21	$ 9.276,16	$ 115.952,05	$ 0,00
TOTAL	$ 626.141,53	$ 126.141,00	$ 500.000,00