



Carrera
Técnico Superior
Universitario en
**Asesor Financiero
Cooperativo**



— ASIGNATURA —
Matemáticas financieras



implementado por:
Sparkassenstiftung Alemana
LATINOAMÉRICA Y EL CARIBE



EDUCACIÓN
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA



© Julio, 2021. Este material fue desarrollado por la Sparkassenstiftung Alemana Latinoamérica y el Caribe (DSIK), dentro del proyecto regional Centroamérica financiado por el BMZ, en coautoría con la Universidad Tecnológica del Suroeste de Guanajuato.

La Sparkassenstiftung Alemana, como editora, es la única responsable por el contenido y éste no refleja los puntos de vista del BMZ.

Sparkassenstiftung Alemana
Latinoamérica y el Caribe.
Calle José Enrique Pestalozzi, No. 810.
Col. Narvarte Poniente, Del. Benito Juárez.
C.P. 03020. Ciudad de México, México.
<https://sparkassenstiftung-latinoamerica.org/>
contacto@sparkassenstiftung.de

Universidad Tecnológica del Suroeste
de Guanajuato.
Carretera Valle Huanimaro Km. 1.2.
C.P. 38400.
Valle de Santiago, Guanajuato,
México.
www.utsoe.edu.mx

Responsables:
Gerd Weissbach
Director General.
América Latina y el Caribe.
Oficina de representación en México.
Sparkassenstiftung Alemana
Latinoamérica y el Caribe.

Mtro. Alejandro Sánchez García
Rector
Universidad Tecnológica del Suroeste
de Guanajuato.

Daniel Roduner
Director del Proyecto Regional México.
Oficina de representación en México.
Sparkassenstiftung Alemana
Latinoamérica y el Caribe.

Equipo editorial de la Sparkassenstiftung Alemana Latinoamérica y el Caribe:
Mónica López Granados.
Griselda Torres Vázquez.

Equipo editorial de la Universidad Tecnológica del Suroeste de Guanajuato:
Miguel Ángel Andrade Oseguera.

El libro de Matemáticas financieras pertenece a una colección de libros de la carrera Técnico Superior Universitario en Asesor Financiero Cooperativo, bajo el enfoque de la Educación Dual.

Quedan prohibidas, sin la autorización escrita de la Sparkassenstiftung Alemana Latinoamérica y el Caribe y de la Universidad Tecnológica del Suroeste de Guanajuato, bajo las sanciones establecidas en las leyes, la reproducción parcial o total de esta obra por cualquier medio o procedimiento, comprendidos la reprografía y el tratamiento informático, así como la distribución de ejemplares de ella mediante alquiler o préstamo público.



Carrera
Técnico Superior
Universitario en
**Asesor Financiero
Cooperativo**

— ASIGNATURA —

Matemáticas financieras



¿Cómo usar este material?



Técnico Superior
Universitario en
**Asesor Financiero
Cooperativo**

Información de la carrera



Información general de la asignatura



¿Para qué me sirve aprender sobre
matemáticas financieras como Asesor
Financiero Cooperativo?



¿Qué voy a lograr en esta asignatura?



Temario y tiempos asignados
por unidad temática



Mapa mental de la asignatura



¿Cómo será evaluada o evaluado?



Para saber más...



Referencias

ÍNDICE



Índice de figuras y tablas	7
¿Cómo usar este material?	8
INFORMACIÓN DE LA CARRERA	11
INFORMACIÓN GENERAL DE LA ASIGNATURA	12
Datos de la asignatura	12
¿Para qué me sirve aprender sobre matemáticas financieras como Asesor Financiero Cooperativo?	13
¿Qué voy a lograr en esta asignatura?	14
Temario y tiempos asignados por unidad temática	16
Mapa mental de la asignatura	17
¿Cómo será evaluada o evaluado?	18
DESARROLLO DEL CONTENIDO	21
Unidad temática 1. Introducción a las matemáticas financieras	21
1.1. Interés simple	22
1.1.1. Conceptos de interés simple y ordinario, valor presente y futuro, monto y plazo, descuentos y su aplicación en el área financiera	22
1.2. Interés compuesto	34
1.2.1. Conceptos de interés compuesto, valor presente y futuro, tasa nominal, efectiva, equivalente y su aplicación en el área financiera	34
Para saber más	50
Referencias	50

Unidad temática 2. Anualidades y amortización	51
2.1. Anualidades	52
2.1.1. Conceptos básicos de las anualidades anticipadas y vencidas	52
2.1.2. Tipos de anualidades	54
2.2. Amortización	76
2.2.1. Conceptos básicos de amortización, tasa de amortización, depósitos y aplicaciones, y fondo de amortización	76
Para saber más	91
Referencias	91
Unidad temática 3. Técnicas de evaluación financiera	92
3.1. Valor Presente Neto (VPN)	93
3.1.1. Concepto de Valor Presente Neto	93
3.1.2. Fórmula de Valor Presente Neto	93
3.2. Periodo de recuperación	103
3.2.1. Concepto y procedimiento para calcular el periodo de recuperación	103
3.3. Tasa Interna de Retorno	108
3.3.1. Concepto y procedimiento para calcular la Tasa Interna de Retorno (TIR)	108
3.3.2. Fórmula de la Tasa Interna de Retorno	108
3.4. Método del valor anual	116
3.4.1. Método para determinar el valor anual	117
3.5. Costo-beneficio	122
3.5.1. Procedimiento para calcular el costo-beneficio	122
Para saber más	135
Referencias	135

Índice de figuras y tablas

Figura 1. Mapa mental de la asignatura Matemáticas financieras	17
Figura 2. Mapa mental de la unidad temática 1: Introducción a las matemáticas financieras	21
Figura 3. Mapa mental de la unidad temática 2: Anualidades y amortizaciones	51
Figura 4. Mapa mental de la unidad temática 3: Técnicas de evaluación financiera	92

¿Cómo usar este material?



El libro que tiene en sus manos es parte de una serie de materiales correspondientes a la Carrera Técnico Superior Universitario en Asesor Financiero Cooperativo. La serie está compuesta por un libro de texto para cada asignatura del plan de estudios. El objetivo es que además de la información que el docente le proporcione, usted cuente con un material de apoyo que sea una guía en las tareas que tiene que realizar, y en el cual usted podrá evaluar su aprendizaje. El libro contiene la información básica sobre lo que usted debe dominar de la asignatura; además, brinda apoyo en el día a día dentro de la Cooperativa de Ahorro y Préstamo, ya que es un material que se puede consultar si se tiene alguna duda.

El libro está organizado en cuatro grandes apartados:

Información de la carrera: se menciona el propósito general de la carrera y las competencias profesionales a desarrollar con la misma.

Información general de la asignatura: en este apartado se hace una descripción de la asignatura *Matemáticas financieras*, de los temas que contiene y de su importancia. Asimismo, se le proporciona un mapa mental de la asignatura, que le permitirá tener la información de una manera organizada y breve, resaltando los puntos clave de la misma. También se presenta el objetivo, así como los conocimientos, habilidades y valores que usted debe desarrollar en el proceso; esto para que preste atención en su logro. Por último, se describe cómo será la evaluación, a fin de que obtenga una guía de lo que debe ir haciendo en cuanto a las tareas y exámenes que le serán aplicados.

Desarrollo del contenido: aquí se incorpora un texto básico por unidad temática y temas. Se enuncian brevemente las tareas a realizar y se describen los criterios de calificación de las mismas, para que usted pueda cumplir con todos los requisitos y logre un desempeño satisfactorio. En este apartado, el *mapa mental* se presenta por unidad temática. Al final de cada unidad temática se incluye el apartado “Para saber más”, que cuenta con fuentes de consulta complementarias por si usted quiere profundizar en el contenido de la unidad.

Como parte del texto, hay consejos que alertan en lo que debe tomar en cuenta respecto al contenido revisado o en lo que tiene que hacer en la caja de ahorro y préstamo. Se incorporan también ejemplos que apoyan en la comprensión de algunos conceptos o en cómo realizar algunos procedimientos o actividades.

Tareas: este apartado se encuentra al final de cada tema e incluye las tareas específicas a desarrollar. Las tareas buscan poner en práctica los aprendizajes adquiridos y reforzar los conocimientos tratados. Muestran el desempeño de la y el estudiante-aprendiz.

Dentro de las tareas, usted puede encontrar actividades colaborativas y actividades individuales que realizará en el salón de clases, así como otras actividades que realizará en casa.

Para un mejor entendimiento, cada tarea se describe paso a paso, con el propósito de que usted pueda concluir las de manera satisfactoria. Contiene, además, la rúbrica con los criterios de evaluación que serán utilizados para evaluar su desempeño; así como, en caso de ser necesario, el formato para entregar la tarea. El formato lo tendrá que subir en el e-portafolio para tener sus evidencias de aprendizaje.

Además de las tareas, también se evaluará con los siguientes instrumentos:

- *Examen diagnóstico.* Se aplicará antes de iniciar con la asignatura. No tiene una calificación o valor particular. El objetivo es saber en qué aspectos se le debe apoyar a usted durante el desarrollo de la asignatura.
- *Reporte semanal.* Como su nombre lo indica, será llenado cada semana. Tiene una calificación final de 10 puntos, divididos en teoría y práctica. Su objetivo es que usted reflexione sobre su desempeño en la institución educativa y en la empresa: en él escribirá sus puntos de vista, lo que aprendió y lo que practicó, con su respectiva fecha. Esto quiere decir que en este reporte usted reconocerá sus logros, sus limitaciones y los cambios que necesita para aprender, lo cual le permitirá profundizar en su comprensión y su desempeño.
- *Exámenes.* Se aplicará un examen por cada unidad temática revisada. La suma de los exámenes aplicados será de 25 puntos. El examen será de opción múltiple.

INFORMACIÓN DE LA CARRERA



Técnico Superior Universitario en **Asesor Financiero Cooperativo**

La carrera Técnico Superior Universitario en Asesor Financiero Cooperativo, que usted va a cursar, tiene como propósito fortalecer las Sociedades Cooperativas de Ahorro y Préstamo (SOCAP). La carrera busca formar a profesionales que se desempeñen en distintas funciones en áreas técnicas de una SOCAP. Para ello usted debe lograr dos competencias en el transcurso de la carrera:

- Promover el ahorro y educación cooperativa y financiera, mediante acciones de capacitación y la oferta de productos y servicios de ahorro e inversión, con el objetivo de fomentar el crecimiento económico regional y la cultura del cooperativismo, ahorro y préstamo.
- Ofertar productos de crédito y servicios complementarios con base en un diagnóstico de las necesidades del socio y en apego a la normativa aplicable, para apoyar proyectos de desarrollo económico y social de la región, así como el logro de los objetivos y la productividad de la institución e impulsar la calidad de vida de las personas.

INFORMACIÓN GENERAL DE LA ASIGNATURA



Datos de la asignatura

Carrera: Técnico Superior Universitario en Asesor Financiero Cooperativo		
Nombre de la asignatura: Matemáticas financieras	Año: 1	Cuatrimestre: 3

¿Qué capacidades impulsa esta asignatura para el logro de las competencias de la carrera?

- Promover productos y servicios crediticios que se ajusten a las necesidades del socio o socia para la captación de nueva cartera y contribuir al desarrollo económico.

Descripción de la asignatura

La asignatura *Matemáticas financieras* está conformada por tres unidades temáticas. En la primera unidad usted calculará intereses simples y compuestos y analizará las tasas de interés que le permitan solucionar problemas de carácter financiero, para así poder otorgar créditos. En la segunda unidad podrá resolver problemas de amortización y anualidades para el análisis de créditos; esto para poder interpretar los resultados financieros. En la tercera unidad calculará el Valor Presente Neto (VPN), el periodo de recuperación para poder analizar créditos y dar soluciones a problemas de carácter financiero.

¿Para qué me sirve aprender sobre matemáticas financieras como Asesor Financiero Cooperativo?



Las matemáticas financieras le servirán para poder interpretar la información financiera generada, mediante el cálculo de tasas de interés, amortización y anualidades, y la evaluación del presupuesto de capital. Lo anterior para que pueda contribuir a la toma de decisiones y al otorgamiento de créditos dentro de la Cooperativa.

Las matemáticas financieras también le servirán para poder analizar, proyectar la información financiera y valorar el dinero en diferentes momentos de tiempo. Esto con la finalidad de poder obtener un interés, utilizando todas las herramientas y, al mismo tiempo, que se le facilite tomar decisiones en cuestión de una inversión.

De acuerdo con lo anterior, las matemáticas financieras serán una herramienta muy útil para desempeñarse como asesor financiero en la Cooperativa, al permitirle hacer un análisis sobre la viabilidad económica de una inversión o un crédito.

¿Qué voy a lograr en esta asignatura?



Objetivo de la asignatura

La y el estudiante-aprendiz interpretarán la información financiera, mediante el cálculo de tasas de interés, amortización y anualidades y la evaluación del presupuesto de capital, para contribuir a la toma de decisiones y al otorgamiento de créditos.



Conocimientos (Saber)	Habilidades (Saber hacer)	Valores (Saber ser)
<p>1. Introducción a las matemáticas financieras</p> <p>1.1. Interés simple</p> <ul style="list-style-type: none"> Explicar los conceptos de interés simple y ordinario, valor presente y futuro, monto y plazo, descuentos y su aplicación en el área financiera <p>1.2. Interés compuesto</p> <ul style="list-style-type: none"> Explicar los conceptos de interés compuesto, valor presente y futuro, tasa nominal, efectiva, equivalente y su aplicación en el área financiera 	<ul style="list-style-type: none"> Calcular interés simple y ordinario, monto y plazo, descuentos e interpretar resultados. Calcular el interés compuesto, nominal, efectivo y equivalente e interpretar resultados. 	<ul style="list-style-type: none"> Analítico/Analítica Ordenado/Ordenada Propositivo/Propositiva Creativo/Creativa

<p>2. Anualidades y amortización</p> <p>2.1. Anualidades</p> <ul style="list-style-type: none"> • Explicar los conceptos básicos de las anualidades anticipadas y vencidas • Identificar y aplicar los tipos de anualidades: simples, ciertas, vencidas, inmediatas, anticipadas, diferidas y perpetuas <p>2.2. Amortización</p> <ul style="list-style-type: none"> • Identificar los conceptos básicos de amortización, tasa de amortización, depósitos y aplicaciones, y fondo de amortización 	<ul style="list-style-type: none"> • Resolver problemas de anualidades. • Calcular monto, tasa de interés y plazo en operaciones de amortización. • Elaborar tablas de amortización. 	<ul style="list-style-type: none"> • Analítico/Analítica • Ordenado/Ordenada • Propositivo/Propositiva • Creativo/Creativa
<p>3. Técnicas de evaluación financiera</p> <p>3.1. Valor Presente Neto (VPN)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Identificar el concepto de Valor Presente Neto (VPN) • Explicar la fórmula de Valor Presente Neto <p>3.2. Periodo de recuperación</p> <ul style="list-style-type: none"> • Identificar el concepto y procedimiento para calcular el periodo de recuperación <p>3.3. Tasa Interna de Retorno</p> <ul style="list-style-type: none"> • Identificar el concepto y procedimiento para calcular la Tasa Interna de Retorno (TIR) • Explicar la fórmula de la Tasa Interna de Retorno <p>3.4. Método del valor anual</p> <ul style="list-style-type: none"> • Identificar el método para determinar el valor anual <p>3.5. Costo-beneficio</p> <ul style="list-style-type: none"> • Identificar el procedimiento para calcular el costo-beneficio 	<ul style="list-style-type: none"> • Calcular el VPN. • Calcular el periodo de recuperación. • Calcular la TIR. • Calcular el valor anual. • Determinar el costo-beneficio. 	<ul style="list-style-type: none"> • Analítico/Analítica • Ordenado/Ordenada • Propositivo/Propositiva • Creativo/Creativa

Temario y tiempos asignados por unidad temática

Matemáticas financieras



Asignatura	Unidad temática	Temas	Tiempo (horas)
			Por unidad temática ¹
Matemáticas financieras	1. Introducción a las matemáticas financieras	1.1. Interés simple 1.2. Interés compuesto	
	2. Anualidades y amortización	2.1. Anualidades 2.2. Amortización	
	3. Técnicas de evaluación financiera	3.1. Valor Presente Neto (VPN) 3.2. Periodo de recuperación 3.3. Tasa Interna de Retorno 3.4. Método del valor anual 3.5. Costo-beneficio	

1 El profesor (a) le indicará el tiempo para cada unidad temática; cuando se lo indique, anótelos en la columna correspondiente.

Mapa mental de la asignatura

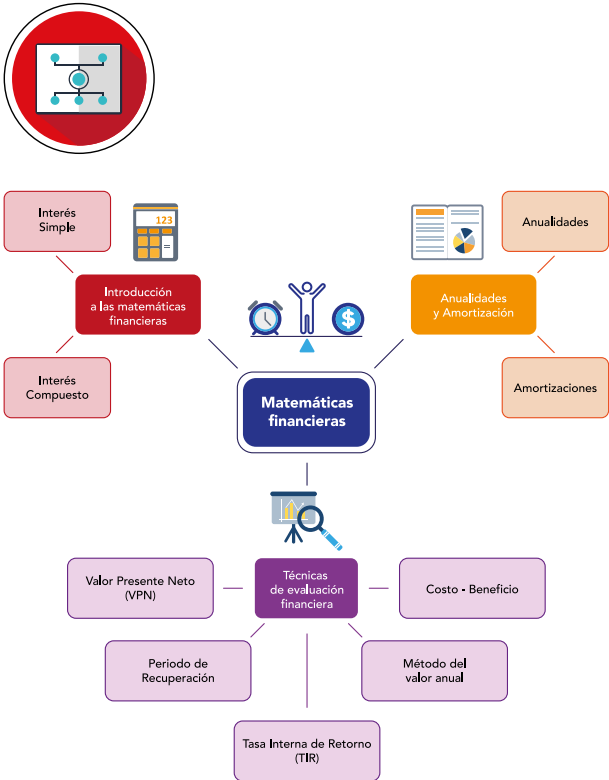


Figura 1. Mapa mental de la asignatura Matemáticas financieras
Fuente: Elaboración propia

¿Cómo será evaluada o evaluado?



- *Examen diagnóstico.* Se aplicará antes de iniciar la asignatura. No tiene una calificación o valor particular. Su objetivo es saber qué aspectos hay que reforzar durante el desarrollo de la asignatura.
- *Exámenes.* Se aplicará un examen por cada unidad temática revisada. La suma de los exámenes aplicados será de 25 puntos.
- *Tareas.* Le permitirán expresar el entendimiento y las cosas que sabe hacer respecto a los contenidos revisados. La calificación se realizará a partir de rúbricas. Una rúbrica es un conjunto de criterios que se utilizan para evaluar un nivel de desempeño de una tarea. También se puede evaluar con una lista de cotejo. El objetivo de ambas herramientas es realizar evaluaciones objetivas y que usted pueda saber qué es lo que se espera que logre. Las tareas tienen una calificación de 65 puntos.
- *Reporte semanal.* Como su nombre lo indica, será llenado cada semana. Tiene una calificación final de 10 puntos. Su objetivo es que usted reflexione sobre su desempeño en la institución educativa y en la Cooperativa de Ahorro y Préstamo. En él escribirá sus puntos de vista, lo que aprendió, lo que practicó, con sus respectivas fechas. Esto quiere decir que en este reporte usted reconocerá sus logros, sus limitaciones y los cambios que necesita para aprender; lo que le permitirá profundizar en su comprensión y su desempeño.

Las tareas a entregar se desglosan a continuación:

<i>Unidad temática</i>	<i>Número de tareas</i>	<i>Tareas</i>	<i>Valor</i>	<i>Total</i>
1. Introducción a las matemáticas financieras	1	Tarea 1. Cálculo de interés simple, interés compuesto y tasa de interés.	20	20
2. Anualidades y amortización	1	Tarea 2. A través de un caso práctico, elaborar un reporte que contenga: cálculo de anualidades, tablas de amortización e interpretación de resultados financieros.	20	20
3. Técnicas de evaluación financiera	1	Tarea 3. Resolver un caso que contenga: cálculo del valor presente neto, cálculo de la tasa interna de retorno, cálculo del valor anual, determinación del costo-beneficio, interpretación de los resultados financieros.	25	25
<i>Puntaje total:</i>				65

Nota: En caso de incurrir en retraso no justificado, se aplicará el siguiente sistema de penalización: por cada día de retraso en la tarea, el docente descontará 10% del puntaje total de la rúbrica o lista de cotejo correspondiente a la tarea no entregada.

Esquema de evaluación de la asignatura Matemáticas financieras

		<i>Puntaje</i>
		<i>Teoría</i>
e-portafolio	Examen diagnóstico	0
	Tareas	65
	Reporte mensual	10
	Exámenes teóricos	25
	Calificación final	100

DESARROLLO DEL CONTENIDO

Unidad temática 1. Introducción a las matemáticas financieras

Mapa mental de la unidad temática

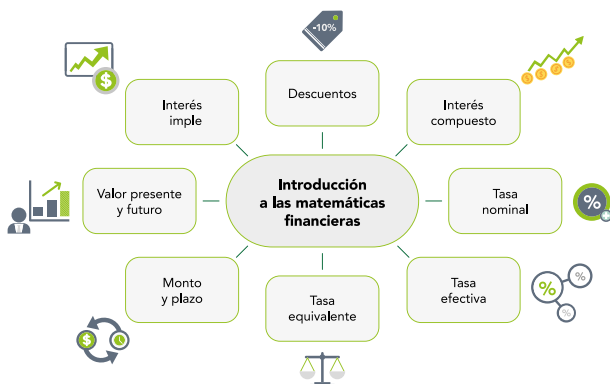


Figura 2. Mapa mental de la unidad temática 1: Introducción a las matemáticas financieras

Fuente: Elaboración propia

Después de haber trabajado esta unidad, usted podrá:

Calcular intereses simples y compuestos, así como las tasas de interés para la solución de problemas de carácter financiero y otorgación de créditos.

1.1. Interés simple

1.1.1. Conceptos de interés simple y ordinario, valor presente y futuro, monto y plazo, descuentos y su aplicación en el área financiera

Las matemáticas financieras son una de las áreas más útiles en las matemáticas aplicadas. Dicha área cuenta con varios modelos matemáticos que con el tiempo producen capitales. Su conocimiento permite aplicar operaciones bursátiles en áreas en las que se apliquen las finanzas. Les permite a las personas que se dedican a la asesoría financiera poder tomar decisiones. De igual manera, ayuda en los cálculos que requieren una valoración del dinero a través del tiempo.

Cabe mencionar que en una operación matemática financiera intervienen varios elementos que son fundamentales: el capital, la tasa de interés y el tiempo o plazo (UNAM, 2021), mismos que se definen a continuación:

Interés

Es el monto que se pagará por el uso del dinero prestado o invertido. Cuando es un crédito, se paga; en el caso de inversión, se cobra.

Tasa de interés

Es la razón de los intereses devengados. Se expresa en tanto por uno, o en tanto por ciento (**i**).

Tiempo

Son las unidades de tiempo que transcurren entre la fecha inicial y final cuando se realiza una operación financiera. Se le conoce también como plazo (**t**).

Capital

Cantidad de dinero colocado en una fecha o punto inicial de una operación financiera, se le puede llamar valor actual o valor presente (**C**).

Monto

Es el valor del dinero en el futuro, es el capital más los intereses generados. De igual manera, se le puede llamar capital futuro o valor acumulado.

Interés ordinario

Es la suma total que se tiene que pagar cuando se contrata un préstamo o el que se recibe por una inversión a un plazo.

Interés simple

Es el monto que se obtiene multiplicando la cantidad de dinero prestado por la tasa de interés, considerando el tiempo de duración de dicho préstamo.

El interés simple permite que el dinero conserve su valor a través del tiempo. El dinero que se genera se llama interés. Es simple porque este interés no se acumula al capital para el siguiente periodo.

Nomenclatura utilizada en el interés simple:

C = Capital inicial

M = Capital final, llamado monto de dinero. Valor futuro de C

I = Monto de interés generado en un periodo determinado, diferencia de M y C

i = Tasa de interés

n = Lapso del préstamo o inversión (días, meses, años, etcétera)

Esto permite obtener la fórmula del interés simple:

Donde

C = Cantidad de dinero prestado

i = Tasa de interés

n = Tiempo que dure el préstamo

Interés simple (I)

$$I = Cin$$



El interés simple se produce al invertir o prestar una cantidad de dinero durante un tiempo determinado.

Ejemplo 1

Si una institución financiera otorga un préstamo de \$5,000.00 pesos por un periodo de 2 años con una tasa de interés de 14% anual, ¿cuál es el interés acumulado en el tiempo del préstamo?

Datos

$C = \$5,000.00$

$t = 2$ años

$n = 14\%$ anual

Fórmula

$$I = C \cdot i \cdot n$$

Sustituyendo

$$I = 5,000.00 \times .14 \times 2$$

$$I = 1,400.00$$

El interés acumulado es de \$1,400.00

Ejemplo 2

Calcular el interés simple que se pagará por un préstamo de \$34,500.00 a 0.83% mensual durante 36 meses.

Datos

$C = \$34,500.00$

$t = 36$ meses

$n = 0.83\%$ mensual

Fórmula

$$I = C \cdot i \cdot t$$

Sustituyendo

$$I = 34,500.00 \times 0.83\% \times 36$$

$$I = 10,308.60$$

El interés acumulado es de \$10,308.60

Ejemplo 3

¿Qué interés genera un capital de \$20,000.00 en 1 año, 5 meses y 10 días al 15% anual?

Datos

$$C = 20,000.00$$

$$n = 0.15$$

t = 1 año, 5 meses y 10 días

Fórmula

$$I = Cit$$

Sustituyendo

$$1 \text{ año} = 360 \text{ días}$$

$$5 \text{ meses} = 150 \text{ días}$$

$$10 \text{ días} = 10 \text{ días}$$

$$\text{Total de días} = 520 \text{ días}$$

$$n = .15 / 360 = 0.0004166667$$

$$I = 20,000.00 \times 0.0004166667 \times 520$$

$$I = 4,333.33$$

El interés acumulado es de \$4,333.33

Se despejan de la fórmula general las variables para calcular el capital (C), la tasa de interés (i) y el tiempo (t).

Capital (C)

$$C = I / in$$

Tasa de interés (i)

$$i = I / Cn$$

Tiempo (n)

$$n = I / Ci$$

Ejemplo 4

¿Qué capital se generó con una tasa de interés de 12% anual y que produce intereses por \$16,500.00 en 11 meses?

Datos

$$i = 12\% \text{ anual}$$

$$I = 16,500$$

$$n = 11 \text{ meses}$$

Sustituyendo

$$C = I / in$$

$$C = 16,500 / 0.12 (11 / 12) = 16,500 / 0.11 = 150,000$$

El capital generado es de \$150,000.00

Ejemplo 5

¿Cuál será la tasa de interés de un capital de \$215,000.00 invertido durante 1 año y 5 meses y que produjo un interés de \$22,625.00?

Datos

$$C = 215,000$$

$$I = 45,500$$

$$n = 1 \text{ año y } 5 \text{ meses} = 17 \text{ meses}$$

Sustituyendo

$$i = I / Cn$$

$$i = 45,500 / 215,000 \times 17 = 45,500 / 3,655,000 = 0.0124 = 1.24\%$$

La tasa de interés de la inversión fue de 1.24%, que al año sería de 14.88%

Ejemplo 6

¿Cuánto tiempo estuvo invertido un capital de \$96,000.00 que generó un interés de \$39,200.00 a una tasa anual de 22%?

Datos

$$C = 96,000$$

$$I = 39,200$$

$$I = 22\% \text{ anual}$$

Sustituyendo

$$n = I / Ci$$

$$n = 39,200 / 96,000 \times .22 = 39,000 / 21,120 = 1.84$$

Valor presente y futuro

El *valor presente* es la forma de valorar activos. Para calcularlo hay que descontar el flujo futuro a una tasa de rentabilidad ofrecida por alternativas de inversión comparables, la que se denomina como costo de capital o tasa mínima.

El *valor futuro* se refiere a la cantidad de dinero a que llegará una inversión en cierta fecha al momento de ganar intereses a una tasa compuesta (Stevens, 2019).

Fórmula de valor presente y futuro con interés simple:

Valor Presente

$$VP = VF / (1 + in)$$

Valor Futuro

$$VF = VP * (1 + in)$$

Donde

VP = Valor presente

VF = Valor futuro

i = Tipo de interés

n = Plazo de la inversión

Ejemplo 7

Si al finalizar un trimestre se reciben \$3 200,000.00 de fondo que pagaba 11% de interés trimestral, ¿cuál fue el monto de la inversión?

Datos

$$VF = 3\,200,000$$

$$i = 11\% \text{ trimestral}$$

$$n = \text{trimestre}$$

Sustituyendo

$$VP = VF / (1 + it)$$

$$VP = 3\,200,000 / (1 + .11 \times 3)$$

$$VP = 3\,200,000 / 1.33$$

$$VP = 2\,406,015$$

El valor presente es de \$2 406,015.03

Cuando se conoce el monto del interés en el valor presente se aplica la siguiente fórmula:

Valor Presente

$$VP = I / in$$

Ejemplo 8

Se recibieron \$500,000.00 de intereses en un trimestre en una entidad financiera que pagaba el 11% de interés trimestral, ¿cuánto fue el monto de la inversión?

Datos

$$I = 500,000$$

$$i = 12.5\% \text{ trimestral}$$

$$N = 1 \text{ trimestre}$$

Sustituyendo

$$VP = I / in$$

$$VP = 500,000 / .125 \times 1$$

$$VP = 500,000 / .125$$

$$VP = 4\,000,000$$

El valor presente es de \$4 000,000.00

Ejemplo 9

Se realiza una inversión de \$200,000.00 que ofrece una rentabilidad de 3% trimestral y se retira la inversión tres trimestres después, ¿cuánto dinero se obtendrá al final del periodo?

Datos

$$VP = 200,000.00$$

$$i = 3\% \text{ trimestral}$$

$$n = 3 \text{ trimestres}$$

Sustituyendo

$$VP = VF / (1 + i*n)$$

$$VF = 200,000 (1 + .03 \times 3)$$

$$VF = 200,000 (1 + .09)$$

$$VF = 200,000 \times 1.09$$

$$VF = 218,000$$

El valor futuro al final del periodo es de \$218,000.00

Cuando se conoce el monto del interés en el valor futuro se aplica la siguiente fórmula:

Valor Presente

$$VF = VP + I$$

Ejemplo 10

Los intereses que se generaron al final de un año por un producto financiero son de \$62,700.00. Si la inversión inicial fue de \$110,000.00, ¿cuál es el valor futuro?

Datos

$$I = 62,700$$

$$VP = 110,000$$

Sustituyendo

$$VF = VP + I$$

$$VF = 110,000 + 62,700$$

$$VF = 172,700$$

El valor futuro resultante es de \$172,700

Monto de interés simple

Se conoce por monto a la suma del capital (C) más el interés (I). Esto permite obtener:

$$\text{Monto (M)} \\ M = C + I$$

Para determinar el monto cuando se conoce el capital, la tasa y el tiempo:

$$\text{Monto (M)} \\ M = C + C i n \\ M = C (1 + in)$$

Para determinar el monto de intereses se obtiene:

$$\text{Monto de interés (I)} \\ I = M - C$$

Ejemplo 11

Si se invierten \$50,000.00 en una cuenta de ahorros con una tasa de interés de 25% a un plazo de 1 año, 5 meses y 10 días, ¿cuánto dinero se obtendrá al final del plazo?

Datos

$$C = 50,000.00$$

$$i = 0.25$$

$$n = 1 \text{ año, 5 meses y 10 días} = 520 \text{ días}$$

Sustituyendo

$$M = 50,000.00 (1 + 0.25 \times 520 / 360) = 68,055.55$$

El monto que se obtendrá al finalizar el plazo es de \$68,055.55

Tiempo o plazo en una inversión a interés simple

Un mayor tiempo de una operación financiera representa un mayor costo para el deudor, o mayores rendimientos en el caso de inversión. En un tiempo menor, el costo es menor y el rendimiento es menor. La relación entre tiempo y tasas de interés es muy estrecha, va en proporción directa de la operación. En una economía débil, el poder contar con más tiempo significará mayor oportunidad de pago o de acumulación de capital (UNAM, 2021).

Cálculo del tiempo:

Tiempo (Plazo) (n)

$$n = I / Ci$$

Ejemplo 12

¿Qué tiempo se ha invertido con un capital de \$85,000.00 con un interés ganado por \$35,700.00, si la tasa de interés fue de 21% anual?

Datos

$$C = 85,000.00$$

$$I = 35,700.00$$

$$i = 21\% \text{ anual}$$

Sustituyendo

$$n = I / Ci$$

$$n = \frac{35,700}{85,000.00 (0.21)} = 2 \text{ años}$$

El plazo de inversión fue de 2 años

Descuento simple o bancario

Es una operación financiera realizada por una institución financiera, que tiene por objetivo comprar documentos antes de su vencimiento, descontando la cantidad calculada mediante una tasa de descuento, la cual se aplica sobre el valor nominal del documento (UNAM, 2021).

El descuento es la disminución hecha a una cantidad que se paga antes de que se venza; es decir, se cobra por anticipado una cantidad con un vencimiento futuro.

Se conoce como vencimiento a la fecha en que se debe pagar el importe del documento bancario.

Valor nominal es la suma del capital del préstamo más los intereses acumulados a su vencimiento.

Valor líquido (efectivo) es el valor nominal menos el descuento. Cantidad que efectivamente recibe quien solicita el préstamo.

Se tiene la siguiente fórmula para el cálculo del descuento simple:

$$\text{Descuento (D)} \\ D = Mdn$$

Donde

D = Descuento

M = Valor nominal del documento

d = Tasa de descuento que se aplica sobre el valor nominal

n = Es el tiempo faltante entre la fecha que se negoció y la fecha de vencimiento

C = Valor comercial, valor de descuento o valor en efectivo

Se tiene la fórmula para el cálculo del descuento real o justo:

$$\text{Descuento (D)} \\ D_r = M - M/dn$$

Ejemplo 13

Se tiene un documento con valor nominal de \$35,000.00 y una tasa de descuento del 1.8% mensual, a cumplirse en diferentes tiempos:

Tiempo	Descuento comercial	Descuento real o justo
1 mes	630.00	618.86
2 meses	1,260.00	1,216.21
4 meses	2,520.00	2,350.75
6 meses	3,780.00	3,411.55
1 año	7,560.00	6,217.10

Datos

$$M = 35,000$$

$$D =$$

$$d = 1.8\% \text{ mensual}$$

$$n = 1, 2, 4, 6 \text{ meses, } 1 \text{ año}$$

Sustituyendo

$$D = Mdn$$

$$D = 35,000 \times 0.018 \times 1 = 630$$

$$D = 35,000 \times 0.018 \times 2 = 1,260$$

$$D = 35,000 \times 0.018 \times 4 = 2,520$$

$$D = 35,000 \times 0.018 \times 6 = 3,780$$

$$D = 35,000 \times 0.018 \times 12 = 7,560$$

Sustituyendo

$$Dr = M - M / dn$$

$$D = 35,000 - 35,000 / .018 \times 1 = 618.86$$

$$D = 35,000 - 35,000 / .018 \times 2 = 1,216.21$$

$$D = 35,000 - 35,000 / .018 \times 4 = 2,350.75$$

$$D = 35,000 - 35,000 / .018 \times 6 = 3,411.55$$

$$D = 35,000 - 35,000 / .018 \times 12 = 6,217.10$$

Lo anterior revela la diferencia entre los descuentos. El descuento comercial representa el interés del valor nominal.

Se tiene la fórmula para el cálculo del valor comercial o de descuento:

Valor comercial o de
descuento (C)

$$C = M * D$$

$$C = M - Mdn$$

$$C = M (1-dn)$$

Ejemplo 14

¿Cuál es el valor descontado de un documento con valor nominal de \$35,000.00, con una tasa de descuento de 1.8% mensual, si se descuenta 4 meses antes de que se venza?

Datos

$$C = 35,000$$

$$d = 0.018$$

$$n = 4 \text{ meses}$$

Sustituyendo

$$C = M (1 - dn)$$

$$C = 35,000 (1 - .018 \times 4) = 32,480$$

Se puede utilizar la tabla del ejercicio 11 correspondiente a 4 meses, aplicando la fórmula $C = M-D$

Sustituyendo

$$C = 35,000 - 2,520.00 = 32,480$$

Es importante que practiques resolviendo problemas, no basta solo con los ejemplos expuestos. La práctica hace al maestro.

EJERCICIOS

Resuelva los siguientes ejercicios de interés simple:

1. ¿Qué interés genera un capital de \$80,000.00 en 2 años al 25% anual?
2. ¿Qué interés produce un capital de \$16,000.00 invertido al 0.7% mensual durante 2 años?
3. ¿Cuál es la tasa de interés de un capital de \$210,000.00 que se ha invertido en 2 años y 2 meses y que produjo \$79,750.00 de interés?
4. ¿Qué capital con tasa de interés de 10% anual produce intereses de \$12,000.00 en 16 meses?
5. Se invierte la cantidad de \$80,000.00 a una cuenta de ahorros que paga una tasa de interés de 25%, a un plazo de 1 año 6 meses y 12 días:
 - a) ¿Cuánto se reunirá en ese tiempo?
 - b) ¿Cuánto se obtiene de intereses?
6. Si al finalizar un cuatrimestre se reciben \$100,000.00 de fondo que pagaba 8% de interés cuatrimestral, ¿cuál fue el monto de la inversión?

7. Se realiza una inversión de \$1 500,000.00 que ofrece una rentabilidad de 5% semestral y se retira la inversión tres años después, ¿cuánto dinero se obtendrá al final del periodo?
8. ¿Qué tiempo se ha invertido con un capital de \$435,000,00 con un interés ganado por \$125,200,00, si la tasa de interés fue de 18% anual?
9. Se tiene un documento con valor nominal de \$355,000.00 y una tasa de descuento de 1.5% mensual, a cumplirse en diferentes tiempos: 1 mes, 3 meses, 6 meses, 9 meses, 1 año.
10. ¿Qué capital se generó con una tasa de interés de 18% anual y que produce intereses por \$25,500.00 en 10 meses?

En este primer tema se explicaron conceptos básicos de interés simple y su cálculo.

Las economías hoy en día se trabajan con base en créditos. La confianza del préstamo facilita la obtención de bienes y servicios. Este crédito posteriormente se pagará, y esto genera confianza para continuar obteniendo el beneficio.

Cada que un bien ajeno es utilizado con un fin de lucro, se requiere pagar por ese uso; si es un bien común, el pago se denominará renta, esto se conoce como interés o intereses. De esta necesidad de calcular dichos intereses surgieron las matemáticas financieras, y la manera de calcularlo se conoce como interés simple. Como ya se mencionó, es el que se calcula sobre el capital inicial constante en un tiempo. Estos intereses se manejan por separado; por lo tanto, el interés que se obtiene durante el tiempo establecido es siempre el mismo (UNAM, 2021).

1.2. Interés compuesto

1.2.1. Conceptos de interés compuesto, valor presente y futuro, tasa nominal, efectiva, equivalente y su aplicación en el área financiera

La gran parte de las operaciones financieras se realizan aplicando el interés compuesto, con la finalidad de que los intereses liquidados que no se entregan formen parte del capital para próximos periodos y generen intereses. A eso se le conoce como *capitalización de intereses*.



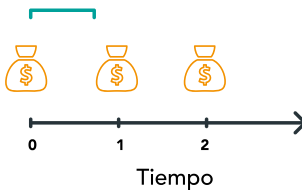
El interés compuesto se da cuando el deudor no paga al concluir cada periodo, que sirve como base para determinar los intereses correspondientes. Provoca que los intereses se conviertan en un capital adicional, que al mismo tiempo genera intereses.

El interés simple produce un crecimiento de capital, y un capital a interés compuesto crece de manera exponencial.

El interés compuesto es un índice presentado en porcentaje, cantidad que se paga por usar dinero ajeno. Indica cuánto se tiene que pagar de un crédito o cuánto se gana en una inversión (UNAM, 2021).

El interés compuesto refiere el beneficio del capital original a una tasa de interés en un periodo, donde los intereses no se retiran, se reinvierten.

Interés compuesto



En las matemáticas financieras, al calcular el interés compuesto, se utilizan varios términos que a continuación se definen:

Monto

Capital futuro es el monto de una operación a interés compuesto y es la cantidad que se acumula al final del proceso, a partir de un capital inicial en periodos de capitalización de intereses.

Capital

Es el valor presente o actual de una operación a interés compuesto. Es el capital inicial calculado a partir del monto futuro.

Periodo de capitalización

Al periodo convenido para convertir el interés en capital se le llama periodo de capitalización o periodo de conversión.

Tasas equivalentes

- **Tasa nominal**

Es el interés que capitaliza varias veces al año.

- **Tasa efectiva**

Es aquella a la que en sí está colocado el capital. La capitalización del interés varias veces al año da lugar a una tasa efectiva mayor que la nominal. La tasa efectiva es una función de la tasa periódica (UNAM, 2021).

Nomenclatura utilizada para interés compuesto

C = Representa el capital inicial

M = Capital final, llamado monto o dinero incrementado

J = Tasa nominal de interés para un periodo anual

I = Tasa de interés por periodo

m = Frecuencia de conversión o capitalización

n_a = Número de años de inversión de capital

n = Número de periodos de una operación financiera a interés compuesto

Ejemplo 1

Se tiene un préstamo de \$20,000.00 a 15% anual en 5 años. Para comparar el funcionamiento respecto al interés simple, se muestra la siguiente tabla:

Capital	Interés compuesto	Interés simple
Inicial	\$20,000.00	\$20,000.00
Interés en el 1er año	\$3,000.00	\$3,000.00
Monto final el 1er año	\$23,000.00	\$23,000.00
Interés en el 2do año	\$3,540.00	\$3,000.00
Monto final el 2do año	\$26,540.00	\$26,000.00
Interés en el 3er año	\$4,071.00	\$3,000.00
Monto final el 3er año	\$30,611.00	\$29,000.00
Interés en el 4to año	\$4,681.65	\$3,000.00
Monto final el 4to año	\$35,292.65	\$32,000.00
Interés en el 5to año	\$5,383.90	\$3,000.00
Monto final el 5to año	\$40,676.55	\$35,000.00

Se observa que el monto de interés compuesto es mayor por su capitalización de los intereses.

Fórmulas para interés compuesto:

- Monto**

Monto futuro
 $M = C(1+i)^n$

Tasa por periodo
 de capitalización
 $i = J / m$

No. De periodos
 de capitalización
 $n = n_a \times m$

- Capital**

Capital
 $C = M / (1 + i)^n$

o también
 $C = M(1 + i)^{-n}$

En donde:
 $i = J / m$
 $n = n_a \times m$

- **Capital en función del interés:**

Capital en función del interés

$$C = I / (1 + i)^n - 1$$

$$\text{Capital} = C = M / (1 + i)^n$$

$$\text{Tiempo} = n = \log (M/C) / \log (1+i) = \ln (M/C) / \ln (1+i)$$

$$\text{Tasa de interés} = i = (M/C)^{1/n} - 1$$

Donde:

m = tiempo

n 0 periodos de capitalización en un año

Notas

Para convertir un porcentaje mensual a anual, se realiza de la siguiente manera:

20% mensual

Se divide entre 12 que son los números de meses del año

.20 / 12 = 0.0166 mensual

Si se capitaliza cuatrimestralmente, el resultado sería:

.20 / 3 = 0.0666 cuatrimestral

EJERCICIOS

Convierte 28% capitalizable a:

- Mensual
- Quincenal
- Trimestral
- Cuatrimestral
- Semestral

Convierte 34% capitalizable y en tiempo:

- Semanal en 6 meses
- Mensual en 10 meses
- Cuatrimestral en 8 meses

Ejemplo 2

Determinar el capital que produce un interés compuesto de \$118,720.00 a 3 años y a la tasa de 2.2% bimestral.

Datos

$$I = 118,720.00$$

$$i = 0.022$$

$$m = 6$$

$$n_a = 3$$

$$n = (n_a) (m) = (3) (6) = 18$$

Sustituyendo

$$C = I / (1 + i)^n - 1$$

$$C = 118,720.00 / (1 + 0.022)^{28} - 1$$

$$C = 141,470.84$$

El capital que produce dicho interés compuesto es de \$141,470.84

Ejemplo 3

¿Cuál es el capital con valor acumulado de \$854,020.25 que se invirtió durante 12 años a una tasa de 20% anual?

Datos

$$M = 854,020.25$$

$$J = 0.20$$

$$m = 1$$

$$n_a = 12$$

Sustituyendo

$$C = M (1 + i)^{-n}$$

$$i = J / m \quad n = n_a \times m$$

$$i = 0.20 / 1 = 0.20 \quad n = 1 \times 12 = 12$$

$$C = 854,020.25 (1 + 0.20)^{-12} = 95,784.05$$

El capital acumulado es de \$95,784.05

Ejemplo 4

Calcular el valor actual de un capital a futuro de \$6,250.00, con vencimiento en 4 años, si la tasa de interés es de 15%, con capitalización mensual.

Datos

$$M = 6,250$$

$$J = 0.15$$

$$m = 12$$

$$n_a = 4$$

Sustituyendo

$$C = M (1 + i)^{-n}$$

$$i = J / m \quad n = n_a \times m$$

$$i = 0.15 / 12 = 0.0125 \quad n = 4 \times 12 = 48$$

$$C = 6,250 (1 + 0.0125)^{-48} = 3,442.85$$

El valor del capital es de \$3,442.85

Cálculo del monto de interés de una inversión a interés compuesto:

Interés (I)

$$I = C [(1 + i)^n - 1]$$

Ejemplo 5

¿Cuál es el monto de intereses de un capital de \$75,000.00, impuesto a un interés compuesto a la tasa de 20% durante 10 años?

Datos

$$M = 75,000.00$$

$$m = 1$$

$$i = 0.20$$

$$n_a = 10$$

Sustituyendo

$$I = C [(1 + i)^n - 1]$$

$$i = J / m \quad n = n_a \times m$$

$$n = 10 \times 1 = 10$$

$$I = 75,000.00 [(1 + 0.20)^{10} - 1] = 389,380.23$$

Cálculo de la tasa de interés de una inversión a interés compuesto:

Tasa (J)

$$J = \left[\sqrt[n]{m/c} - 1 \right] \times m$$

Ejemplo 6

Un capital de \$22,000.00 se ha invertido por 3 años, de los cuales dio un monto de \$30,000.00, ¿a qué tasa se celebró la operación?

Datos

$$M = 30,000.00$$

$$m = 1$$

$$C = 22,000.00$$

$$n_a = 3$$

Sustituyendo

$$n = n_a \times m$$

$$J = \left[\sqrt[m]{M/C} - 1 \right] \times m$$

$$n = 1 \times 3 = 3$$

$$J = \left[\sqrt[3]{30/22} - 1 \right] \times 1$$

$$J = 0.1089182 = 10.89\%$$

La tasa en la que se celebró es de 10.89%

Cálculo del tiempo o plazo en una inversión a interés compuesto:

$$\begin{aligned} \text{Tiempo (n)} \\ n = \text{Ln} (M/C) / \text{Ln} (1+i) = \\ \log (M/C) / \log (1+i) \end{aligned}$$

Ejemplo 7

¿Dentro de cuánto tiempo un capital de \$23,400.00 a una tasa de 2% trimestral valdrá \$28,760.45?

Datos

$$M = 28,760.45$$

$$C = 23,400.00$$

$$m = 4$$

$$i = 0.020$$

Sustituyendo

$$n = \log (M / C) / \log (1 + i)$$

$$n = \log 28,760.45 / 23,400 / \log (1 + 0.020) = 10 \text{ trimestres}$$

El tiempo que se toma para generar dicha cantidad es de 10 trimestres.

Tasa nominal

Es la tasa de interés pactada en una operación financiera y se establece en un contrato; se le da por esta razón el nombre de tasa contractual.

Tasa equivalente

La tasa utilizada en una variedad de operaciones financieras es la que llaman tasa de interés anual efectiva o tasa efectiva. Es el interés que se capitaliza una vez al año y equivale a una tasa nominal capitalizada m veces al año. La tasa efectiva es la tasa de rendimiento que es obtenida al terminar un año. La tasa efectiva refleja el efecto de la inversión. También se le conoce como rendimiento anual efectivo.

Tasa de interés simple

Si un capital se invierte a una tasa de interés que se capitaliza cada año, su monto al final del primer año será igual al monto obtenido a un interés simple y a un plazo de un año; por tanto, la tasa efectiva anual se puede definir como tasa de interés simple, ya que genera el mismo interés en un periodo de un año que la tasa nominal capitalizada m veces al año.

Tasa de interés anual

Al momento en que se capitaliza m veces en un año, se denomina tasa de interés nominal.

Las tasas nominal y efectiva son equivalentes cuando producen la misma cantidad de dinero al final del año.

En interés simple, las tasas proporcionales son también equivalentes, pero no en el interés compuesto, debido a la capitalización de los intereses (UNAM, 2021).

En interés simple, la tasa de 24% anual es proporcional a 12% semestral, a 6% trimestral y a 2% mensual. Además de ser proporcionales, también son equivalentes, aunque sean de diferentes periodos; en un tiempo igual, producen el mismo monto.

Si tenemos \$50,000.00 al 24%, en un año generará una cantidad de \$62,000. Si se invierte el mismo capital a 12% semestral, en 2 semestres se formará la misma cantidad. La misma cantidad al 2% mensual, en 12 meses generará el mismo monto.

La tasa efectiva se puede obtener al dividir el interés que se genera entre el capital inicial.

La fórmula para determinar la tasa efectiva anual (e) a partir de la tasa nominal es:

$$\text{Tasa efectiva (e)}$$

$$e = (1 + J/m)^m - 1$$

La fórmula para determinar la tasa nominal (J) a partir de la tasa efectiva anual (e):

$$\text{Tasa nominal (J)}$$

$$J = [(1 + e)^{1/m} - 1] \times m$$

Ejemplo 8

¿Cuál es la tasa nominal convertible mensualmente equivalente a 16.24% efectivo?

Datos

$$e = 0.1624$$

$$m = 12$$

Sustituyendo

$$J = [(1 + e)^{1/m} - 1] \times m$$

$$J = [(1 + 0.1624)^{1/12} - 1] \times 12 = 0.151438 = 15.14\%$$

La tasa de 15.14% convertible mensualmente equivale a 16.24% efectivo

Ejemplo 9

Obtener la tasa nominal si la tasa efectiva anual es de 18.5%, con capitalización semestral.

Datos

$$e = 0.185$$

$$m = 2$$

Sustituyendo

$$J = [(1 + e)^{1/m} - 1] \times m$$

$$J = [(1 + 0.185)^{1/2} - 1] \times 2 = 0.177154 = 17.71\%$$

La tasa de 17.71% convertible mensualmente equivale a 18.5% efectivo.

“Nunca consideres el estudio como una obligación, sino como una oportunidad para penetrar en el bello y maravilloso mundo del saber”.

Albert Einstein

EJERCICIOS

Resuelva los siguientes ejercicios de interés simple:

1. ¿Dentro de cuánto tiempo un capital de \$256,500.00 a una tasa de 3% trimestral valdrá \$122,660.25?
2. Obtener la tasa nominal si la tasa efectiva anual es de 20.5%, con capitalización trimestral.

3. Un capital de \$250,000.00 se ha invertido por 4 años, de los cuales dio un monto de \$180,000.00, ¿a qué tasa se celebró la operación?
4. Determinar el capital que produce un interés compuesto de \$1 250,520.00 a 5 años y a la tasa de 4% semestral.

En esta unidad se observó la diferencia que existe entre el interés simple y el interés compuesto; la mayoría de las operaciones financieras se realizan con interés compuesto. Se tomó el concepto de capitalización de intereses y se practicó el interés compuesto.

Realice la tarea 1. *Cálculo de interés simple, interés compuesto y tasa de interés*

TAREA

Tarea 1. Cálculo de interés simple, interés compuesto y tasa de interés

Unidad temática 1. Introducción a las matemáticas financieras (integral)

Esta tarea tiene como propósito que usted refuerce el conocimiento del procedimiento del cálculo del interés simple e interés compuesto, el procedimiento del cálculo de tasa de interés y analizar resultados.

Instrucciones:

- a) **Lea** la unidad temática 1.
- b) **Prepare** una hoja blanca o una hoja de Excel (de acuerdo con lo que le indique la o el profesor), en la cual realizará los cálculos que se presentan a continuación.
- c) **Resuelva** los siguientes ejercicios de interés simple e interés compuesto:

Interés simple

1. Calcular el interés de un capital de \$100,000.00, con una tasa de interés de 25% anual simple, en un periodo de 18 meses.
2. ¿Qué interés produce un capital de \$600,000.00 en 2 años, 4 meses y 17 días al 20% anual?
3. Calcular el monto de un capital de \$250,000.00, con una tasa de interés del 22% simple anual, en un tiempo de 10 meses.
4. ¿Cuál será la tasa de interés que resulta de recibir un préstamo por la cantidad de \$420,000.00, pagando un monto de \$515,000.00, en un plazo de 9 meses?

Interés compuesto

- Se solicita un préstamo de \$50,000.00 al 22% anual en 6 años. Para confrontar el funcionamiento respecto al interés simple, comparar ambos tipos de interés en la siguiente tabla:

Capital	Interés compuesto	Interés simple
Inicial		
Interés del 1er año		
Monto al final del 1er año		
Interés del 2do año...		

- El 24% con capitalización y tiempo:
 - Mensual 7 meses
 - Semanal en 6 meses
 - Trimestral en nueve meses
- ¿Cuánto capital producirá un interés compuesto de \$158,820.00 a los 5 años y a la tasa de 1.8% bimestral?
- Si de una inversión de \$120,000.00 se llegan a obtener \$160,000.00 al término de 5 años, a una tasa de interés capitalizable trimestralmente, ¿cuál es la tasa de interés nominal?

- d) **Interpretar** los resultados obtenidos al resolver cada uno de los planteamientos, tanto para interés simple como interés compuesto.

Los criterios de evaluación son:

- Procedimiento: registrar el ejercicio y desarrollarlo paso a paso.
- El resultado del ejercicio (resaltado en negrita).
- Interpretación.

- e) No olvide **escribir**, en su tarea, su nombre y el de la institución a la que pertenece.

- f) **Guarde** su tarea 1 (Cálculo de interés simple, interés compuesto y tasa de interés) con la siguiente nomenclatura:

Tarea1_XX_Y_Z. Recuerde sustituir las XX por las dos primeras letras de su primer nombre, la Y por la inicial de su apellido paterno y la Z por la inicial de su apellido materno.

Por ejemplo, si yo me llamo Francisco Villa García, debo guardar mi documento de la siguiente forma: Tarea1_FR_V_G.

- g) **Suba** su tarea 1 en su e-portafolio, que se encuentra en la plataforma educativa.

- h) Si tiene dudas, por favor, **plantéelas** a su docente o escríbalas en el Foro de Dudas. Éstas serán contestadas en las siguientes 24 horas hábiles.

Lista de cotejo. Tarea 1. Cálculo de interés simple, interés compuesto y tasa de interés (valor 20)

Nombre de la o el estudiante-aprendiz:

Nombre de la o el docente:

Universidad Tecnológica:

Cooperativa de ahorro y préstamo de procedencia:

Aspecto a evaluar		Cumple		Observaciones
		Sí	No	
Ejercicios de interés simple				
Resultado correcto	Ejercicio 1	1	0	
	Ejercicio 2	1	0	
	Ejercicio 3	1	0	
	Ejercicio 4	1	0	
Procedimiento	Ejercicio 1	0.8	0	
	Ejercicio 2	0.8	0	
	Ejercicio 3	0.8	0	
	Ejercicio 4	0.8	0	
Interpretación	Ejercicio 1	0.7	0	
	Ejercicio 2	0.7	0	
	Ejercicio 3	0.7	0	
	Ejercicio 4	0.7	0	
Ejercicios de interés compuesto				
Resultado correcto	Ejercicio 1	1	0	
	Ejercicio 2	1	0	
	Ejercicio 3	1	0	
	Ejercicio 4	1	0	
Procedimiento	Ejercicio 1	0.8	0	
	Ejercicio 2	0.8	0	
	Ejercicio 3	0.8	0	
	Ejercicio 4	0.8	0	
Interpretación	Ejercicio 1	0.7	0	
	Ejercicio 2	0.7	0	
	Ejercicio 3	0.7	0	
	Ejercicio 4	0.7	0	
Total:				

Para saber más...



Aguirre, H. M. (2001). *Matemáticas Financieras*. México: ECAFSA.

Villalobos, J. L. (2007). *Matemáticas Financieras*. México: Pearson.

Referencias



Stevens, R. (4 de diciembre de 2019). <https://www.rankia.mx/blog/mejores-cdts/3632678-que-valor-presente-futuro-formulas-ejemplos>

Universidad Nacional Autónoma de México [UNAM]. (08 de junio de 2021). *Matemáticas Financieras*. México.

Unidad temática 2. Anualidades y amortización

Mapa mental de la unidad temática



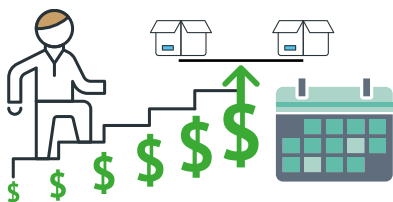
Figura 3. Mapa mental de la unidad temática 2: Anualidades y amortizaciones

Fuente: Elaboración propia

Después de haber trabajado esta unidad, usted podrá:

Resolver problemas de amortización y anualidades para el análisis de créditos y la interpretación de los resultados financieros.

2.1. Anualidades



2.1.1. Conceptos básicos de las anualidades anticipadas y vencidas

La anualidad es un conjunto de pagos iguales realizados a intervalos iguales; aunque no necesariamente se generan en periodos de un año, ya que pueden ser semanales, mensuales, quincenales, etcétera (Camargo y Pompa, 2021).

El hablar de anualidad no indica que las rentas tengan que ser anuales, sino que se da a cualquier secuencia de pagos, iguales en todos los casos, independientemente de que sean anuales, semestrales, trimestrales o mensuales, quincenales o semanales.

Las anualidades las utilizamos en la vida diaria, por ejemplo, en rentas, sueldos, pagos de seguro social, pagos a plazos, primas de seguros, pensiones, jubilaciones, entre otras; existen entre ellas distintas modalidades y diferencias.

Los elementos de la anualidad:

Renta. Nombre que se da al pago periódico que se hace o se recibe.

Tasa de interés. Es la tasa de interés que se pacta en un crédito. En compras a crédito, generalmente no se indica, pero suele ser la más alta en el mercado.

Monto. Cantidad acumulada de intereses más capital.

Capital. Es el valor actual de la operación.

Es muy importante para la comprensión del tema que usted pueda tener claridad en varios términos que se utilizan en el desarrollo, como son:

Anualidad. Sucesión de pagos, depósitos, abonos o retiros iguales, que se realizan a los mismos intervalos, con un interés compuesto.

Tiempo. Es el plazo al que se pacta la operación.

Momento inicial. Es la ocasión en la que se formaliza la operación; lleva también el nombre de convenio. Puede existir un pago inicial o no, esto depende de ambas partes.

Periodo de gracia. Es el tiempo que se mide, correspondiente a los periodos de pago.

Intereses. Es la cantidad que genera una operación.

Intervalo. Periodo de pago o periodo de renta. Periodo de pago o intervalo es el tiempo que transcurre entre un pago y otro.

Renta. Nombre que se da al pago periódico que se hace o se recibe.

Plazo de una anualidad. Tiempo que transcurre entre el inicio del primer pago y el final o último (Camargo y Pompa, 2021).

2.1.2. Tipos de anualidades

Si los intervalos de pago son iguales en magnitud y coinciden con la capitalización de los intereses, son **anualidades simples**.

Cuando los intervalos de pago y los periodos de capitalización de interés no son iguales, son **anualidades generales**.

Son **anualidades ciertas** cuando sus fechas son fijas y se estipulan de antemano.

Cuando la fecha del primer pago, la fecha del último pago o las dos no se fijan de antemano, depende de algún hecho que se sabe ocurrirá, pero no se sabe cuándo; se les denomina **anualidades contingentes**.

Las **anualidades vencidas** surgen cuando se pagan al final del periodo.

Cuando se pagan al inicio del periodo, son **anualidades anticipadas**.

Las **anualidades inmediatas** son los casos más comunes: la realización de los cobros o pagos tienen lugar en el periodo que sigue inmediatamente al trato (Camargo y Pompa, 2021).

El pago de una anualidad se puede hacer al inicio o al final del periodo; por este y otros criterios, las anualidades se pueden clasificar de la siguiente manera (Camargo y Pompa, 2021):

CRITERIO	TIPO
Intereses	Simple Generales
Tiempo	Ciertas Contingentes
Pago	Ordinarias Anticipadas
Iniciación	Inmediatas Diferidas

Las **anualidades simples** son las anualidades que se dan cuando los periodos de pago coinciden con los periodos de capitalización de interés.

En las **anualidades generales** no coinciden los periodos de capitalización de interés.

En una **anualidad cierta** se conocen las fechas del primer pago y del último pago con certeza.

En las **anualidades contingentes** puede no conocerse la fecha de iniciación o la fecha de terminación, o ambas.

A las **anualidades ordinarias** se le conocen también como vencidas y se dan cuando los pagos o depósitos se efectúan ordinariamente al final de cada periodo. Por ejemplo, un préstamo que se paga al final de cada periodo.

En las **anualidades anticipadas** los pagos o depósitos se realizan al principio de cada periodo; ejemplo, cuando se compra un bien y se da un enganche igual a cada pago.

Las **anualidades inmediatas** ocurren cuando el primer pago se realiza en el primer periodo de la operación financiera.

Con las **anualidades diferidas** existe un periodo que se llama "de gracia", por el que se pospone el primer pago o depósito en un lapso convenido.

En las **anualidades perpetuas** los pagos son indefinidos, sin límite de tiempo (Camargo y Pompa, 2021).

Nomenclatura a utilizar para la determinación de las anualidades:

C (Representado también por A o P) = representa el capital inicial (principal) (Valor Presente).

M = representa el capital final (monto o dinero incrementado). Es el valor futuro de C).

R = es la renta, depósito o pago periódico.

J = tasa nominal de interés calculada para un periodo de un año. Se expresa en tanto por uno o tanto por ciento.

i = tasa de interés por periodo. Representa el costo o rendimiento por periodo de capitalización de un capital, ya sea producto de un préstamo o una cantidad que se invierte. Es el cociente de dividir la tasa nominal entre la frecuencia de conversión m .

m = es la frecuencia de conversión o de capitalización y representa el número de veces que se capitaliza un capital en un año.

n_a = es el número de años que permanece prestado o invertido un capital.

n = es el número de periodos de que consta una operación financiera a interés compuesto.

Para el estudio de las anualidades se deberán resolver los problemas siguientes:

- Determinar el monto (M) o valor actual (C) de una serie de anualidades.
- Establecer el valor de la anualidad ($R =$ renta) en la etapa del monto o del valor actual.
- Precisar la tasa (i) en función del monto o del valor actual.
- Determinar el tiempo (n) en los problemas de monto y valor actual (Camargo y Pompa, 2021).

Anualidad ordinaria (simples, ciertas, vencidas e inmediatas)

Una anualidad es ordinaria o vencida cuando los depósitos o pagos se hacen al final del periodo.

El monto de las anualidades ordinarias o vencidas es la suma de los montos de todas y cada una de las rentas pagadas hasta el momento de realizar la última (Camargo y Pompa, 2021).

Ejemplo 1

Si una persona decide depositar \$10,000.00 al fin de cada mes en una institución financiera que le abonará intereses de 12% anual, convertible mensualmente, 1% mensual durante 6 meses. Calcular y conocer el monto que se llegue a acumular al final del plazo indicado.

Concepto	Cantidad (\$)
Depósito al final del primer mes	10,000.00
Intereses por el segundo mes (10000 x 0.01)	100.00
Suma	10,100.00
Depósito al final del segundo mes	10,000.00
Monto al final del segundo mes	20,100.00
Interés por el tercer mes	201.00
Depósito al final del tercer mes	10,000.00
Monto al final del tercer mes	30,301.00
Intereses por el cuarto mes	303.01
Depósito al final del cuarto mes	10,000.00
Monto al final del cuarto mes	40,604.01
Intereses por el quinto mes	406.04
Depósito al final del quinto mes	10,000.00
Monto al final del quinto mes	51,010.05
Intereses por el sexto mes	510.10
Depósito al final del sexto mes	10,000.00
Monto final	61,520.15

Cálculo del monto futuro de una anualidad ordinaria

Fórmula:

$$M = [(1 + i)^n - 1 / i]$$

Ejemplo 2

Utilizando la información del ejercicio anterior quedaría:

Datos

$$R = 10,000.00$$

$$J = 0.12$$

$$m = 12$$

$$n = 6$$

Sustituyendo

$$i = J / m$$

$$i = 0.12 / 12 = 0.01$$

$$M = [(1 + i)^n - 1 / i]$$

$$M = 10,000 [(1 + .01)^6 - 1) / 0.01] = 61,520.15$$

El monto futuro es de \$61,520.15

Valor actual o presente de una anualidad ordinaria

Cuando coincide la época de cálculo con la iniciación de la serie de pagos, el valor equivalente de la serie es actual. El tiempo que transcurre entre la fecha de la entrega del valor actual y el vencimiento de la primera anualidad será igual a cada periodo que separe a las demás rentas.

El valor presente de las anualidades ordinarias se puede presentar en las siguientes dos modalidades:

1. Como descuento de una serie de anualidades con vencimiento escalonado y separado por intervalos iguales.
2. Como la determinación de un capital, invertido a interés, genera una serie de rentas futura (Camargo y Pompa, 2021).

Cálculo del valor presente de una anualidad ordinaria

Fórmula:

$$C = R [1 - (1 + i)^{-n} / i]$$

Donde:

$$l = J / m \quad y \quad n = n_a \times m$$

Ejemplo 3

Se tienen 4 pagarés con vencimientos escalonados en forma trimestral, cada uno de \$20,000.00, y se quieren liquidar el día de hoy; la tasa es de 5% trimestral. Determinar el valor actual (presente) de cada documento.

Datos

$$R = 20,000.00$$

$$i = 0.05\%$$

$$m = 4$$

$$n = 4$$

Sustituyendo

$$C = R [1 - (1 + i)^{-n} / i]$$

$$C = 20,000.00 [1 - (1 + .05)^{-4} / .05] = 70,919.01$$

El valor presente es de \$70,919.01

Cálculo de la renta de una anualidad ordinaria

Fórmulas:

1. Si se conoce el capital inicial, la tasa de interés nominal o por periodo de capitalización, la frecuencia de conversión y el plazo o número de periodos de capitalización.

$$R = Ci / 1 - (1 + i)^{-n}$$

Siendo:

$$i = J / m \quad \text{y} \quad n = n_a \times m$$

2. Si se conoce el monto futuro, la tasa de interés nominal o por periodo de capitalización, la frecuencia de conversión y el plazo de tiempo o número de periodos de capitalización.

$$R = Mi / (1 + i)^n - 1$$

Siendo:

$$i = J / m \quad \text{y} \quad n = n_a \times m$$

Ejemplo 4

¿Cuál es la renta mensual que se requiere para obtener \$20,550.00 durante 6 meses, si se invierte 12% capitalizable mensualmente?

Datos

$$M = 20,550.00$$

$$m = 12$$

$$J = 0.12$$

$$n_a = 0.5$$

Sustituyendo

$$i = J / m \quad \text{y} \quad n = n_a \times m$$

$$i = .012 / 12 = 0.01 \quad n = 12 \times .05 = 6$$

$$R = Mi / (1 + i)^n - 1$$

$$R = 20,550.00 \times 0.01 / (1 + .01)^6 - 1 = 3,340.37$$

La renta mensual es de \$3,340.37

Ejemplo 5

Se adquiere un teléfono inteligente a crédito de 4 meses. Calcular el pago mensual si el precio de contado es de \$22,500.00, a una tasa de interés de 21.6%.

Datos

$$C = 22,500$$

$$J = 0.216$$

$$m = 12$$

$$n_a = 4 / 12 = .3333333$$

Sustituyendo

$$I = J / m \text{ y } n = n_a \times m$$

$$i = .0126 / 12 = 0.018 \quad n = 12 \times .0533333 = 4$$

$$R = Ci / 1 - (1 + i)^{-n}$$

$$R = 22,500 \times 0.018 / 1 - (1 + 0.018)^{-4} = 5,880.38$$

El pago mensual es de \$5,880.38

Cálculo del tiempo o plazo en una anualidad ordinaria

Fórmulas:

1. Si se conoce el capital inicial, la tasa nominal o efectiva por periodo o la frecuencia de conversión.

$$n = \frac{\text{Log} \frac{1}{1 - \frac{C}{R} i}}{\text{Log} [1 + i]}$$

Donde:

$$I = J / m$$

2. Si se conoce el monto futuro, la renta, la tasa nominal o efectiva por periodo y la frecuencia de conversión.

$$n = \frac{\text{Log} \left(1 + \frac{M}{R} i \right)}{\text{Log} (1 + i)}$$

Donde:

$$i = J / m$$

Ejemplo 6

¿Cuántos pagos deben realizarse para llegar a acumular \$32,840.06, si se depositan \$5,200.00 mensuales con una tasa de interés de 12% capitalizable mensualmente?

Datos

$$M = 32,840.06$$

$$J = 0.12$$

$$R = 5,200$$

$$m = 12$$

Sustituyendo

$$i = J / m$$

$$i = 0.12 / 12 = 0.01$$

$$n = \frac{\text{Log} \left(1 + \frac{M}{R} i \right)}{\text{Log} (1 + i)}$$

$$n = \frac{\text{Log} \left(1 + \frac{32,840}{5,200} 0.01 \right)}{\text{Log} (1 + 0.01)}$$

$$n = 6 \text{ meses}$$

El tiempo es de 6 pagos

Ejemplo 7

¿Cuántos pagos bimestrales vencidos de \$1,250.00 se tendrían que hacer para saldar una deuda pagadera hoy de \$7,500.00, si el primer pago se realiza dentro de 2 meses y el interés es de 2.5% bimestral? Expresar el resultado en años, meses y días.

Datos

$$C = 7,500$$

$$R = 1,250$$

$$i = 0.025$$

$$m = 6$$

Sustituyendo

$$n = \frac{\text{Log} \frac{1}{1 - \frac{C}{R} i}}{\text{Log} [1 + i]} \quad n = \frac{\text{Log} \frac{1}{1 - \frac{7,500}{1,250} 0.025}}{\text{Log} [1 + 0.025]}$$

$$n = 6.58168223 = 1 \text{ año, } 1 \text{ mes, } 4 \text{ días}$$

Calcular la tasa de interés de una anualidad ordinaria

Fórmula para calcular la tasa en función del valor futuro:

$$\frac{M}{R} (1+i)^n - 1 / i$$

Fórmula para calcular la tasa en función del valor presente:

$$\frac{C}{R} = 1 - (1+i)^{-n} / i$$

Ejemplo 8

Determinar el valor presente de anualidad ordinaria de 20 pagos de \$250.00 cada uno, realizado al final de cada mes, que generan intereses del 12% anual, capitalizable mensualmente.

Datos

$$R = 250$$

$$J = 0.12$$

$$m = 12$$

$$n = 20$$

$$i = J / m = 0.12 / 12 = 0.01$$

Sustituyendo

$$\underline{C} = 1 - (1 + i)^{-n} / i$$

R

$$C = R [1 - (1 + i)^{-n} / i] = 250 [1 - (1.01)^{-20} / .01] = 4,511.38$$

La tasa de interés a valor presente es de \$4,511.38

Ejemplo 9

Mario renta por 4 años una casa, con la condición de que le depositen en una cuenta de ahorros el 6% anual capitalizable trimestralmente, el valor de \$1,200.00 al fin de cada trimestre. Determinar el valor que se habrá acumulado en la cuenta de ahorros.

Datos

$$R = 1,200$$

$$J = 0.06$$

$$m = 4$$

$$i = J / m = 0.015$$

$$n = 16$$

Sustituyendo

$$\underline{M} (1 + i)^n - 1 / i$$

R

$$M = R [(1 + i)^n - 1 / i] = 1,200 [(1.015)^{16} - 1 / 0.015] = 21,518.84$$

El monto futuro es de \$21,518.84

Anualidades anticipadas

A diferencia de las anualidades vencidas, que se pagan al final de cada periodo, las anticipadas se cubren al comienzo de cada periodo. La primera anualidad se realiza al comenzar; por tanto, en las anualidades anticipadas, la última renta se paga al principio del último periodo (Camargo y Pompa, 2021).

Cálculo del monto futuro de una anualidad anticipada

Fórmula:

Se conoce la renta, la tasa nominal, la frecuencia de conversión y el plazo.

$$M = R [(1 + i)^n - 1 / i] (1+i)$$

O también:

$$m = R \left(\frac{(1 + i)^{n+1} - 1}{i} - 1 \right)$$

Siendo:

$$i = J / m \quad \text{y} \quad n = n_a \times m$$

Ejemplo 10

Si se hacen 6 depósitos trimestrales anticipados de \$20,000.00 cada uno con una tasa de 20% que se capitaliza trimestralmente, ¿cuál será el monto futuro?

Donde

$$R = 20,000$$

$$m = 4$$

$$J = 0.20$$

$$n = 6$$

Sustituyendo

$$i = J / m = 0.20 / 4 = 0.05$$

$$M = R [(1 + i)^n - 1 / i] (1 + i)$$

$$M = 20,000 [(1 + 0.05)^6 - 1 / 0.05] (1 + 0.05) = 142,840.16$$

El monto futuro es de \$142,840.16

Cálculo del valor presente de una anualidad anticipada

Fórmula:

$$C = R [1 - (1 + i)^{-n} / i] (1 + i)$$

Siendo:

$$i = J / m \quad y \quad n = n_a \times m$$

Ejemplo 11

¿Cuál es el capital de seis depósitos trimestrales anticipados de \$20,000.00 si se calculan con 20% compuesto trimestralmente?

Datos

$$R = 20,000.00$$

$$m = 4$$

$$J = 0.20$$

$$n = 6$$

Sustituyendo

$$i = J / m \quad i = 0.20 / 4 = 0.05$$

$$C = R [1 - (1 + i)^{-n} / i] (1 + i)$$

$$C = 20,000 [1 - (1 + 0.05)^{-6} / 0.05] (1 + 0.05) = 106,589.53$$

El capital es de \$106,589.53

Cálculo de la renta de una anualidad anticipada

Fórmula:

Si se conoce el capital inicial, la tasa de interés nominal, la frecuencia de conversión y el plazo o número de periodos de capitalización.

$$R = Ci / 1 + [i - (1 + i)^{-n+1}]$$

Siendo:

$$i = J / m \quad y \quad n = n_a \times m$$

Ejemplo 12

¿De cuánto es cada uno de los 5 pagos trimestrales anticipados que se deben realizar para liquidar una deuda de \$86,325.65, si se impone una tasa de interés de 20% compuesto trimestralmente?

Datos

$$C = 86,325.65$$

$$m = 4$$

$$J = 0.20$$

$$n = 5$$

Sustituyendo

$$i = J / m \quad i = 0.20 / 4 = 0.05$$

$$R = Ci / 1 + [i - (1 + i)^{-n+1}]$$

$$R = 86,325.65 \times 0.05 / 1 + [(0.05 - (1 + 0.05)^{-5+1}) = 18.989.57$$

El pago trimestral es de \$18,989.57

Si se conocen el monto futuro, la tasa de interés nominal o por periodo de capitalización, la frecuencia de conversión y el plazo o número de periodos de capitalización.

$$R = Mi / (1 + i)^{n+1} - i - 1$$

Siendo:

$$i = J / m \quad y \quad n = n_a \times m$$

Ejercicio 13

Una persona debe pagar \$95,500.00 dentro de 2 años, y para reunir dicha cantidad decide efectuar 12 depósitos bimestrales en una cuenta de inversión que otorga 12.5 %. Calcular la cantidad que debe ser depositada.

Datos

$$M = 95,500.00$$

$$J = 0.125$$

$$m = 6$$

$$n_a = 2$$

Sustituyendo

$$i = J / m \text{ y } n = n_a \times m$$

$$i = 0.125 / 6 = 0.0208333 \quad n = 2 \times 6 = 12$$

$$R = Mi / (1 + i)^{n+1} - i - 1$$

$$R = 95,500 \times 0.02083 / (1 + 0.02083)^{12+1} - 0.02083 - 1 = 6,942.65$$

La cantidad es de \$6,942.65

Cálculo del tiempo o plazo en una anualidad anticipada

Fórmula:

Si se conocen el capital inicial, la renta, la tasa nominal o la tasa efectiva por periodo y la frecuencia de conversión.

$$n = 1 - \frac{\text{Log} \left(1 + i - \frac{Ci}{R} \right)}{\text{Log} (1 + i)}$$

Donde:

$$i = J / m \quad \text{y} \quad n = n_a \times m$$

Si se conocen el monto futuro, la renta, la tasa nominal o la tasa efectiva por periodo y la frecuencia de conversión.

$$n = \frac{\text{Log} \left(1 + i + \frac{Mi}{R} \right)}{\text{Log} (1 + i)} - 1$$

Donde:

$$i = J / m \quad \text{y} \quad n = n_a \times m$$

Ejemplo 14

¿Cuántos depósitos trimestrales anticipados de \$20,000.00, con tasa de 20% capitalizable trimestralmente, se deben hacer para obtener un monto de \$120,850.55?

Datos

$$R = 20,000$$

$$J = 0.20$$

$$M = 120,850.55$$

$$m = 4$$

Sustituyendo

$$i = J / m$$

$$i = 0.20 / 4 = 0.05$$

$$n = \frac{\text{Log}\left(1 + i - \frac{Mi}{R}\right)}{\text{Log}(1+i)} - i \qquad n = \frac{\text{Log}\left(1 + 0.05 + \frac{120,850.55 \times 0.05}{20,000}\right)}{\text{Log}(1 + 0.05)} - 1$$

$$n = 5 \text{ trimestres}$$

El tiempo requerido es de 5 trimestres.

Cálculo de la tasa de interés de una anualidad anticipada

Fórmula:

Si se conoce el capital inicial, la renta, la frecuencia de conversión y el plazo de tiempo o número de periodos de capitalización.

$$\frac{C}{R} = 1 + \frac{1 - (1+i)^{-n+1}}{i}$$

Donde:

$$i = J / m \quad \text{y} \quad n = n_a \times m$$

Si se conocen el monto futuro, la renta, la frecuencia de conversión y el plazo de tiempo o número de periodos de capitalización.

$$\frac{M}{R} = \frac{(1+i)^{n+1} - 1}{i} - 1$$

Donde:

$$i = J / m \quad \text{y} \quad n = n_a \times m$$

Ejemplo 15

¿Qué tasa de interés anual se necesita para que 5 depósitos anuales anticipados de \$40,000.00 equivalgan a un valor actual de \$180,000.00?

Datos

$$C = 180,000.00$$

$$R = 40,000.00$$

$$m = 1$$

$$n_a = 5$$

Sustituyendo

$$n = n_a \times m = 5 \times 1 = 5$$

$$\frac{C}{R} = 1 + \frac{1 - (1+i)^{-n+1}}{i} \qquad \frac{180,000}{40,000} = 4 - 1 = 3 \frac{1 - (1+i)^{-4}}{i}$$

$$= 3$$

$$\text{Si } i = 0.13 = 2.97$$

$$\text{Si } i = 0.125 = 3$$

Por tanto, $i = 0.125$ anual = 12.5% anual

Ejemplo 16

¿Cuál es la tasa de interés si se efectúan 6 depósitos trimestrales anticipados de \$20,000.00 para obtener un monto de \$153,250.10?

Datos

$$M = 153,250.10$$

$$m = 4$$

$$R = 20,000$$

$$n = 6$$

Sustituyendo

$$\frac{M}{R} = \frac{(1+i)^{n+1} - 1}{i} - 1 \qquad \frac{153,250.10}{20,000} = \frac{(1+i)^{6+1} - 1}{i} - 1$$

$$= 7.66$$

$$\text{Si } i = 0.04$$

$$= 6.89829$$

$$\begin{aligned} \text{Si } i &= 0.07 \\ &= 7.65 \end{aligned} \quad \frac{M}{R} = \frac{(1+0.04)^{6+1} - 1}{0.04} - 1$$

$$\begin{aligned} \text{Si } i &= .0703 \\ &= 7.66 \end{aligned} \quad \frac{M}{R} = \frac{(1+0.0703)^{6+1} - 1}{0.0703} - 1$$

Por tanto, $i = 0.0703$ trimestral = 28.13% anual

Anualidades diferidas

Las anualidades diferidas son similares a las anualidades vencidas y anticipadas, pero la diferencia es que tienen un periodo de gracia llamado tiempo.

Son aquellas en las que el primer pago se hace tiempo después del término del primer periodo que genera intereses. Se caracteriza porque la primera renta no se ejecuta en el primer periodo ni la última se cumple en el último periodo (Camargo y Pompa, 2021).

Cálculo del valor presente de la anualidad diferida

Fórmula:

$$C = R \left(\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i(1+i)^k} \right)$$

Ejemplo 17

Calcular el valor presente de un conjunto de pagos de \$3,000 trimestrales, si el primer pago se realiza en 2 años y el último al término de 6 años, con la tasa de interés del 8% anual y capitalización trimestral.

Aplicando la primera fórmula:

Datos

$$R = 3,000$$

$$J = 0.08$$

$$m = 4$$

$$i = J / m = 0.02$$

$$n = 7$$

$$k = 17$$

Sustituyendo

$$C = R \left(\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i(1 + i)^k} \right) \quad C = 3000 \left(\frac{1 - (1 + 0.02)^{-7}}{0.02(1 + 0.02)^{17}} \right)$$

$$C = 13,866.16$$

Ejemplo 18

Un almacén oferta comprar ahora y pagar después un equipo que un comprador recibe el 1° de septiembre y debe pagar 12 mensualidades de \$2,000.00 a partir del 1° de enero del año siguiente. Si se considera el interés del 18% convertible mensualmente, calcular el valor actual.

Datos

$$R = 2,000$$

$$J = 0.18$$

$$m = 12$$

$$i = J / m = 0.015$$

$$n = 12$$

$$k = 3$$

Sustituyendo

$$C = R \left(\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i(1 + i)^k} \right) \quad C = 2000 \left(\frac{1 - (1 + 0.015)^{-12}}{0.015(1 + 0.015)^3} \right)$$

$$C = 20,862.00$$

Ejemplo 19

Un capital de \$35,000.00 se coloca en una inversión de una institución financiera que otorga 6.6% anual con capitalización mensual durante un año y medio, con la finalidad de obtener un capital que cubra parte de la colegiatura de un estudiante. Si se conoce que el costo de la colegiatura es de \$60,000.00 para el próximo semestre, calcular el valor presente de la nueva anualidad y el monto de sus pagos si se considera una tasa de interés de 10.5%.

Datos

$$C = 35,000$$

$$J = 0.066$$

$$m = 12$$

$$n_a = 1.5$$

$$i = J / m$$

$$i = 0.066 / 12 = 0.0055$$

$$n = n_a \times m = 1.5 \times 12 = 18$$

Sustituyendo

$$M = C (1 + i)^n$$

$$M = 35,000 (1.0055)^{18}$$

$$M = 38,631.83$$

Valor presente de la nueva anualidad

$$A = 60,000.00 - 38,631.83 = 21,903.65$$

Interpretación

Por el pago parcial efectuado de \$38,631.83, se reduce la anualidad en 2.7 veces, por lo que la renta mensual también se reduce en la misma cantidad; debido a lo anterior, el ahorro financiero es considerable.

Cálculo de la renta

Fórmula:

$$n = \frac{\text{Log} \left[\frac{R}{R - Ci(1+i)^k} \right]}{\text{Log}(1+i)}$$

Ejemplo 20

A Mario le dieron un crédito para la compra de un automóvil que tiene un valor de \$220,000.00. El primer pago lo hará al finalizar el quinto mes.

Si la tasa es de 15%, la capitalización mensual y los pagos serán de \$7,500.00. ¿En cuántos meses liquidará el crédito?

Datos

$$R = 7,500$$

$$C = 220,000$$

$$k = 5$$

$$J = 0.15$$

$$m = 12$$

$$i = 0.0125$$

Sustituyendo

$$n = \frac{\text{Log} \left[\frac{R}{R - Ci(1+i)^k} \right]}{\text{Log}(1+i)}$$

$$n = \frac{\text{Log} \left[\frac{7,500}{7,500 - (220.000)(0.0125)(1.0125)^5} \right]}{\text{Log}(1.0125)}$$

$$n = 39.8$$

En 39 meses liquidará el crédito

El concepto de anualidad en sus diferentes expresiones es de importante aplicación en ámbitos diversos, desde operaciones financieras particulares y personales, hasta negocios internacionales y empresariales.

Actualmente, el acceso a la información y los avances en las comunicaciones permiten a los medios conocer con mayor facilidad los diversos esquemas de financiamiento y crédito, y calcularlos al instante; por esta razón, la importancia del tema estudiado.



EJERCICIOS

1. Una persona decide depositar \$50,000.00 al fin de cada mes, en una institución financiera que le abonará el 24% convertible mensualmente; el 2% mensual, durante 6 meses. Calcular y conocer el monto que se llegue a acumular al final del plazo indicado.
2. ¿Cuál es la renta mensual que se requiere para obtener \$40,670.04 durante 6 meses si se invierte con el 13% capitalizable mensualmente?
3. ¿Cuántos pagos deben realizarse para llegar a acumular \$30.750.04 si se depositan \$7,000.00 mensuales, con una tasa de interés del 13% compuesto mensual?
4. ¿A qué tasa se aplicó una serie de 6 pagos mensuales de \$7,000.00 cada uno, para acumular, al final de los mismos, \$ 35,670.03?
5. ¿Cuál es el capital de 5 depósitos trimestrales de \$20,000.00 si se calculan con 18% compuesto trimestralmente?

2.2. Amortización



2.2.1. Conceptos básicos de amortización, tasa de amortización, depósitos y aplicaciones y fondo de amortización

Para tener una mejor comprensión del tema a tratar, a continuación, se definen algunos términos básicos:

Amortizar es el proceso financiero por el cual se extingue de manera gradual una deuda a través de pagos periódicos, que pueden ser iguales o diferentes (Camargo y Pompa, 2021).

Con las amortizaciones, cada pago de una deuda sirve para pagar los intereses y reducir la deuda.

La palabra amortización proviene del latín “mortis” (dar muerte). En matemáticas financieras, amortizar es pagar una deuda y sus intereses a través de pagos parciales.

Amortización se entiende como el proceso mediante el cual se extingue gradualmente una deuda y sus intereses por medio de una serie de pagos al acreedor.

Tasa de amortización. Es el coeficiente que, aplicado sobre la base adeudada, proporciona la cuota a pagar en cada periodo (Camargo y Pompa, 2021).

Fondo de amortización. Se le llama fondo de amortización a la suma de dinero que se acumula con el fin de obtener un monto determinado, para liquidar una deuda o adquirir un bien (Camargo y Pompa, 2021).

Depósito. Es el término que se le da a la acción de poner algún bien bajo resguardo o custodia de una persona o de una organización, quien debe responder por ellos en el momento que se le requiera.

Aplicaciones. Refleja el destino que se le da a una inversión o crédito, para la obtención de un beneficio.

Nomenclatura a utilizar en amortizaciones:

C = representa el capital inicial, llamado también principal.

R = es la renta, depósito o pago periódico.

J = es la tasa nominal de interés calculada para un periodo de un año.

i = es la tasa de interés por periodo de tiempo; representa el costo o rendimiento por periodo de capitalización de un capital.

m = es la frecuencia de conversión o de capitalización; representa el número de veces que se capitaliza un capital en un año.

n_a = es el número de años que permanece prestado o invertido un capital.

n = es el número de periodos de que consta una operación financiera a interés compuesto.

Si = es el saldo insoluto de capital o pendiente de amortizar en cualquier fecha.

CA = es el importe de capital por amortizar en cualquier fecha.

DAC = son los derechos del acreedor sobre un bien; se obtienen considerando el saldo insoluto de capital a determinada fecha y en forma porcentual.

DAD = son los derechos adquiridos por el deudor sobre el bien y considera la cantidad amortizada en cierta fecha y en forma porcentual (Camargo y Pompa, 2021).

Amortización de una deuda

Para determinar el importe del pago periódico para amortizar una deuda, se calcula utilizando la fórmula para el valor presente de una anualidad ordinaria y se considera una amortización de capital a base de pagos iguales (Camargo y Pompa, 2021).

Fórmula:

Si se conoce el capital inicial que se adeuda, la tasa de interés nominal de capitalización, la frecuencia de conversión y el plazo o número de periodos de capitalización.

$$R = Ci / 1 - (1 + i)^{-n}$$

Donde:

$$i = J / m \quad \text{y} \quad n = n_a \times m$$

Ejemplo 1

Luis García tiene una deuda de \$60,000.00 que debe liquidar en 6 pagos mensuales, a una tasa de 25% convertible mensualmente. Calcular el monto de los pagos mensuales.

Datos

$$C = 60,000$$

$$J = 0.25$$

$$m = 12$$

$$n_a = 0.5$$

Sustituyendo

$$i = J / m = 0.25 / 12 = 0.02083$$

$$n = n_a \times m = 0.5 \times 12 = 6$$

$$R = Ci / 1 - (1 + i)^{-n}$$

$$R = 60,000 \times 0.02083 / 1 - (1.02083)^{-6} = 10,741.60$$

El monto es de \$10,741.60

Tablas de amortización

Una tabla de amortización expresa la variación en el tiempo y en cada periodo de saldos insolutos de capital, las amortizaciones de capital, los intereses, etcétera.

La tabla de amortización debe contener:

- Saldo inicial
- Interés
- Amortización
- Pago
- Saldo final

Ejemplo 2

Tomando el ejercicio anterior se realiza la siguiente tabla para la determinación de la amortización.

Periodo fin de mes	Pago mensual	Monto de intereses	Amortización	Saldo insoluto	Derechos del deudor	DAC%	DAD%
0				60,000.00		100.0	
1	10,741.50	1,249.80	9,491.70	50,508.30	9,491.70	50.5	49.9
2	10,741.50	1,052.09	9,689.41	40,818.89	19,181.11	40.8	59.2
3	10,741.50	850.26	9,891.24	30,927.65	29,075.35	30.9	69.1
4	10,741.50	644.22	10,097.28	20,830.37	39,169.63	20.8	79.2
5	10,741.50	433.90	10,307.60	10,522.77	49,477.23	10.5	89.5
6	10,741.50	218.73	10,522.77	0	60,000.00	0	100.0
	64,449.00	4,449.00	60,000.00				

Interpretación

Se aprecia en la tabla que el pago mensual se conserva idéntico en los 6 periodos; el monto de interés disminuye en forma importante, mientras que la amortización va creciendo. El saldo insoluto son los derechos del acreedor (DAC) sobre un bien dado en garantía y van disminuyendo; en tanto, los derechos adquiridos por el deudor (DAD) van aumentando a medida que va pagando el crédito otorgado. Las últimas columnas se refieren a los porcentajes de estos dos conceptos.

Cálculo del saldo insoluto de capital y los derechos porcentuales del acreedor sobre un bien a determinada fecha

Fórmula:

$$SI = C (1 + i)^P - R [(1 + i)^P - 1 / i]$$

$$DAC = SI/C (100)$$

Siendo p el número de periodos transcurridos a la fecha del cálculo.

Cálculo de la cantidad amortizada de capital y los derechos porcentuales del deudor sobre un bien a una fecha determinada.

Fórmula:

$$CA = R \frac{(1 + i)^p - 1}{i} - C (1 + i)^p - 1$$

$$DAD = CA/C (100)$$

Siendo p el número de periodos transcurridos a la fecha del cálculo.

Cálculo del interés contenido en el pago en un periodo determinado

Fórmula:

$$Ip = R[1 - (1 + i)^{-n + p - 1}]$$

Siendo p el número del periodo determinado.

Ejemplo 3

De acuerdo con el apunte electrónico *Matemáticas Financieras* (Camargo y Pompa, 2021, p. 201), el ejercicio sería el siguiente:

Juan Ramírez tiene una deuda de \$100,000.00 que debe liquidar en 6 pagos mensuales a una tasa de 24% convertible mensualmente, con un monto de \$17,852.58.

Calcular los derechos del acreedor sobre un bien y los derechos adquiridos del deudor:

- Al tercer mes
- Al quinto mes
- Calcular los intereses contenidos en el mes 3 y en el mes 5

a) Tercer mes

a1) *Derechos de acreedor*

Datos

$$C = 100,000$$

$$R = 17,852.58$$

$$i = 0.02$$

$$p = 3$$

Sustituyendo

$$DAC = Si / C \times 100$$

$$SI = C (1 + i)^P - R [(1 + i)^P - 1 / i]$$

$$SI = 100,000 (1 + 0.02)^3 - 17,852.58 [(1 + 0.02)^3 - 1 / 0.02]$$

$$SI = 51,484.76$$

En porcentaje

$$DAC = 51.5\%$$

a2) *Derechos adquiridos del deudor*

Datos

$$C = 100,000.00$$

$$R = 17,852.58$$

$$i = 0.02$$

$$p = 3$$

a) Al tercer mes $DAD = CA / C \times 100$

Sustituyendo

$$CA = R \frac{(1+i)^p - 1}{i} - C(1+i)^p - 1$$

$$CA = 17,852.58 (1 + 0.02)^3 - 1 / 0.02 - 100,000 [(1 + 0.02)^3 - 1]$$

$$CA = 48,515.24$$

En porcentaje

$$DAD = 48,515.24 / 100.000 \times 100$$

$$DAD = 48.5\%$$

b) Al quinto mes

b1) Derechos de acreedor

Datos

$$C = 100.000.00$$

$$i = 0.02$$

$$R = 17,852.58$$

$$p = 5$$

Sustituyendo

$$DAC = Si / C \times 100$$

$$SI = C(1+i)^p - R [(1+i)^p - 1 / i]$$

$$SI = 100,000 (1 + 0.02)^5 - 17,852.58 [(1 + 0.02)^5 - 1 / 0.022]$$

$$SI = 17,502.54$$

En porcentaje

$$DAC = 17,502.54 / 100.00 \times 100$$

$$DAC = 17.5\%$$

b2) Derechos adquiridos del deudor:

Datos

$$C = 100,000.00$$

$$R = 17,852.58$$

$$i = 0.02$$

$$p = 5$$

Sustituyendo

$$DAD = CA / C \times 100$$

$$CA = R \frac{(1+i)^p - 1}{i} - C(1+i)^p - 1$$

$$CA = 17,852.58 (1 + 0.02)^5 - 1 / 0.02 - 100,000 [(1 + 0.02)^5 - 1]$$

$$CA = 82,497.46$$

En porcentaje

$$DAD = 82,497.46 / 100,000 \times 100$$

$$DAD = 82.5\%$$

c) Intereses contenidos

c1) Al tercer mes

Datos

$$R = 17,852.58$$

$$p = 3$$

$$i = 0.02$$

$$n = 6$$

Sustituyendo

$$I_p = R [1 - (1+i)^{-n+p-1}]$$

$$I_3 = 17,852.58 [1 - (1 + 0.02)^{-6+3-1}]$$

$$I_3 = 1,359.55$$

c2) Al quinto mes

Datos

$$R = 17,852.58$$

$$p = 5$$

$$i = 0.02$$

$$n = 6$$

Sustituyendo

$$I_p = R [1 - (1+i)^{-n+p-1}]$$

$$I_5 = 17,852.58 [1 - (1 + 0.02)^{-6+5-1}]$$

$$I_5 = 693.24$$

Interpretación

Es factible calcular el saldo insoluto, los derechos adquiridos del deudor y los intereses generados en cualquier periodo de amortización.

Fondos de amortización

Se le llama fondo de amortización a la suma de dinero que se acumula con el fin de obtener un monto determinado, para liquidar una deuda o adquirir un bien (Camargo y Pompa, 2021).

Cálculo del monto acumulado al final del periodo

Fórmula:

$$M = R (1 + i) \left(\frac{(1 + i)^n - 1}{i} \right)$$

Ejemplo 4

Un empresario desea reunir, al final de 18 trimestres, cierta cantidad para comprar equipo. Si hace depósitos trimestrales de \$15,000.00, con una tasa de interés de 12% con capitalización trimestral, ¿cuánto reúne al final de los meses?

Datos

$$R = 15,000$$

$$i = 0.12$$

$$n = 18$$

Sustituyendo

$$M = R (1 + i) \left(\frac{(1 + i)^n - 1}{i} \right)$$

$$M = 15,000 (1 + 0.12 / 4) [(1 + 0.12 / 4)^{18} - 1 / (0.12 / 4)]$$

$$M = 361,753.02$$

El monto reunido es de \$361,753.02

Cálculo de monto anual ordinario

Fórmula:

$$R = Mi / (1+i)^n - 1$$

Ejemplo 5

¿Cuál será el depósito anual a acumular, al cabo de 5 años, de un monto de \$150,000.00, si tiene un rendimiento de 8% anual?

Datos

$$M = 150,000$$

$$i = 0.08$$

$$n = 5$$

Sustituyendo

$$R = Mi / (1 + i)^n - 1$$

$$R = 150,000 \times 0.08 / (1.08)^5 - 1$$

$$R = 25,568.45$$

El depósito es de \$25,568.45

Tablas de fondos de amortización

Se utiliza, al igual que en la amortización, una matriz, donde las columnas se conforman de la siguiente manera (Camargo y Pompa, 2021):

Periodos N	Rentas R	Intereses (J) (M) (i)	Cantidad que se acumula al fondo (CA) R + I	Saldo final o monto (M) (M) + (CA)	%
---------------	-------------	--------------------------	--	--	---

Ejemplo 6

De acuerdo con el apunte electrónico *Matemáticas Financieras* (Camargo y Pompa, 2021), el ejercicio sería el siguiente:

¿Cuál será el depósito anual para acumular, al cabo de 6 años, un monto de \$240,000.00, si dichas rentas obtienen un rendimiento de 8% anual?

Datos

$$C = 240,000$$

$$i = 0.08$$

$$n = 6$$

Sustituyendo

$$R = Mi / (1 + i)^n - 1$$

$$R = 240,000 \times 0.08 / (1 + 0.08)^6 - 0.08$$

$$R = 32,715.69$$

Periodos N	Rentas R	Intereses (J) (M)(i)	Cantidad que se acumula al fondo (CA) R + I	Saldo final o monto (M) (M) + (CA)	%
1	32,715.69	0	32,715.69	32,715.69	
2	32,715.69	2,617.26	35,332.95	68,048.64	
3	32,715.69	5,443.89	38,159.58	106,208.22	
4	32,715.69	8,496.66	41,212.35	147,420.57	
5	32,715.69	11,793.65	44,509.34	191,929.91	
6	32,715.69	15,354.39	48,070.08	239,999.99	
Total	196,294.14	43,705.85	239,999.99		

Nota: Debido al redondeo de cifras, hay una pequeña variación.

En este tema de amortización se vio que es un método por el cual se liquida una deuda en parcialidades.

El importe de cada pago sirve para solventar anualidades. La amortización está relacionada con las anualidades, las deudas se amortizan en periodos iguales y se realizan depósitos periódicos iguales, que generan intereses para amortizar una deuda futura (Camargo y Pompa, 2021).



EJERCICIOS

1. Se obtiene un préstamo por \$150,000.00, el cual se van a liquidar a través de 6 pagos trimestrales iguales, con una tasa de interés de 18% convertible trimestralmente, ¿de cuánto será cada pago?
2. Elaborar la tabla de amortización del ejercicio anterior.
3. ¿Cuál será el depósito anual para acumular, al cabo de 7 años, un monto de \$350,000.00, si dichas rentas obtienen un rendimiento de 8% anual?
4. Elaborar la tabla de amortización del ejercicio anterior.

Realice la tarea 2. A través de un caso práctico, elaborar un reporte que contenga: cálculo de anualidades, tablas de amortización e interpretación de resultados financieros.

TAREA

Tarea 2. A través de un caso práctico, elaborar un reporte que contenga: cálculo de anualidades, tablas de amortización e interpretación de resultados financieros.

Unidad temática 2. Anualidades y amortización (integral)

Esta tarea tiene como propósito que usted refuerce el conocimiento del cálculo de anualidades y de amortizaciones, así como la elaboración de tablas de amortización e interpretación de resultados financieros.

Instrucciones:

- Lea** la unidad temática 2.
- Prepare** una hoja blanca o una hoja de Excel (de acuerdo a lo que le indique la o el profesor), en la cual realizará los cálculos de anualidades y amortizaciones.
- A continuación, se le presentan una serie de necesidades, trámites y diferentes dudas financieras que se ha planteado el señor Gabriel Estrada.
- De acuerdo a esas necesidades, dudas y trámites se plantean una serie de cálculos que deberá realizar. **Resuelva** las situaciones planteadas.

Anualidades

- Gabriel Estrada decide depositar \$25,000.00 al término de cada mes en una entidad financiera, la cual le abonará intereses de 12.5% anual convertible mensualmente; 1% mensual durante 6 meses. Calcular y conocer el monto que se llegue a acumular al final del plazo indicado y determinar el monto futuro de una anualidad ordinaria.
- ¿Cuál será la renta mensual que se requiere con la finalidad de obtener \$50,660.00 si se depositan \$7,500.00 mensuales, con una tasa de interés del 13% capitalizable mensualmente?
- Si se hacen 8 depósitos trimestrales anticipados de \$25,000.00 cada uno, con una tasa del 18% que se capitaliza trimestralmente, ¿cuál será el monto futuro?
- Calcular el valor presente de un conjunto de pagos de \$7,500.00 trimestrales, si el primer pago se realiza en 3 años y el último al término de 8 años, con la tasa de interés del 8% anual y capitalización trimestral.
- A Gabriel Estrada le dieron un crédito para la compra de un vehículo que tiene un valor de \$310,000.00. El primer pago lo hará al finalizar el quinto mes. Si la tasa es de 13.5%, la capitalización mensual y los pagos serán de \$7,200.00, ¿en cuántos meses liquidará el crédito?

Amortizaciones

1. Gabriel Estrada tiene una deuda de \$85,000.00 que debe liquidar en 8 pagos mensuales a una tasa de 22% convertible mensualmente. Calcular el monto de los pagos mensuales.
 2. Gabriel Estrada desea reunir al final de 22 trimestres, cierta cantidad para comprar mobiliario. Si hace depósitos trimestrales de \$20,000.00 con una tasa de interés de 13% con capitalización trimestral, ¿cuánto reúne al final de los meses?
 3. ¿Cuál será el depósito anual para acumular, al cabo de 8 años, un monto de \$250,000.00 si dichas rentas obtienen un rendimiento de 6% anual?
- e) **Interpretar** los resultados obtenidos al resolver cada uno de los planteamientos, tanto para anualidades como amortizaciones. Los criterios de evaluación son:
- Procedimiento: registrar el ejercicio y desarrollarlo paso a paso.
 - El resultado del ejercicio (resaltado en negrita).
- f) No olvide **escribir**, en su tarea, su nombre y el de la institución a la que pertenece.
- g) **Guarde** su tarea 2 (A través de un caso práctico, elaborar un reporte que contenga: cálculo de anualidades, tablas de amortización e interpretación de resultados financieros) como documento Word con la siguiente nomenclatura: Tarea2_XX_YZ. Recuerde sustituir las XX por las dos primeras letras de su primer nombre, la Y por la inicial de su apellido paterno y la Z por la inicial de su apellido materno. Por ejemplo, si yo me llamo Francisco Villa García, debo guardar mi documento de la siguiente forma: Tarea2_FR_V_G.
- h) **Suba** su tarea 2 en su e-portafolio, que se encuentra en la plataforma educativa.
- i) Si tiene dudas, por favor, **plantéelas** a su docente o escríbalas en el Foro de Dudas. Éstas serán contestadas en las siguientes 24 horas hábiles.

Lista de cotejo. Tarea 2. A través de un caso práctico, elaborar un reporte que contenga: cálculo de anualidades, tablas de amortización e interpretación de resultados financieros (valor 20)

Nombre de la o el estudiante-aprendiz:

Nombre de la o el docente:

Universidad Tecnológica:

Cooperativa de ahorro y préstamo de procedencia:

Aspectos a evaluar	Excelente	Cumple		Observaciones
		Sí	No	
Ejercicios de anualidades				
Resultado correcto	Ejercicio 1	1	0	
	Ejercicio 2	1	0	
	Ejercicio 3	1	0	
	Ejercicio 4	1	0	
	Ejercicio 5	1	0	
Procedimiento	Ejercicio 1	0.8	0	
	Ejercicio 2	0.8	0	
	Ejercicio 3	0.8	0	
	Ejercicio 4	0.8	0	
	Ejercicio 5	0.8	0	
Interpretación	Ejercicio 1	0.7	0	
	Ejercicio 2	0.7	0	
	Ejercicio 3	0.7	0	
	Ejercicio 4	0.7	0	
	Ejercicio 5	0.7	0	
Ejercicios de amortización				
Resultado correcto	Ejercicio 1	1	0	
	Ejercicio 2	1	0	
	Ejercicio 3	1	0	
Procedimiento	Ejercicio 1	0.8	0	
	Ejercicio 2	0.8	0	
	Ejercicio 3	0.8	0	
Interpretación	Ejercicio 1	0.7	0	
	Ejercicio 2	0.7	0	
	Ejercicio 3	0.7	0	
Total:				

Para saber más...



Hernández, A. (2001). *Matemáticas Financieras*. México: ECAFSA

Aguirre, H. (2001). *Matemáticas Financieras*. México: ECAFSA

Referencias



Camargo, A. y Pompa, R. (2021). *Matemáticas Financieras. Apunte electrónico*. México: UNAM. http://fcasua.contad.unam.mx/apuntes/interiores/docs/20172/contaduria/1/apunte/LC_1154_14116_A_MatematicasFinancieras.pdf

Unidad temática 3. Técnicas de evaluación financiera

Mapa mental de la unidad temática



Figura 4. Mapa mental de la unidad temática 3:

Técnicas de evaluación financiera

Fuente: Elaboración propia

Después de haber trabajado esta unidad, usted podrá:

Calcular el valor presente neto, el periodo de recuperación, el método del valor anual, la tasa interna de retorno y el costo-beneficio, para el análisis de créditos y la solución de problemas de carácter financiero.

3.1. Valor Presente Neto (VPN)



3.1.1. Concepto de Valor Presente Neto

Es la suma de los valores actuales o presentes de los flujos de fondos o efectivo, menos la suma de los valores actuales de las inversiones netas (UNAM, 2014).

También se le conoce como Valor Actual Neto (VAN), que es un criterio de inversión que consiste en actualizar los cobros y pagos de un proyecto o inversión para conocer cuánto se va a ganar o perder con esa inversión (Morales, 2014).

3.1.2. Fórmula de Valor Presente Neto

Los flujos netos de efectivo se descuentan a la tasa mínima de rendimiento requerida y se suman; al resultado se le resta la inversión neta.

La fórmula utilizada para calcular el valor presente neto es:

$$VPN = VAN = - INN + \frac{FNE1}{(1+i)^1} + \frac{FNE2}{(1+i)^2} + \frac{FNE3}{(1+i)^3}$$

O bien:

$$VPN = VAN + \sum_{t=1}^n \frac{FNE}{(1+i)^n}$$

Donde

VPN = Valor Presente Neto

VAN = Valor Actual Neto

FNE = Flujo neto de efectivo

i = Tasa de interés a la que se descuentan los flujos de efectivo

n = Corresponde al año en que se genera el flujo de efectivo de que se trate

VS = Valor de Salvamento

IIN = Inversión inicial neta

Cuando los flujos de efectivo son iguales para todos los años se puede utilizar la fórmula de anualidad para el cálculo del valor presente neto como sigue:

$$VPN = VAN = FNE \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} - \left[IIN - \frac{VS}{(1 + i)^n} \right]$$

Ejemplo 1

Se tiene una inversión inicial de \$100,000.00, con una tasa de descuento del 10%. Un flujo de efectivo para el primer año de \$50,000.00, para el segundo año \$150,000.00, el tercer año \$80,000.00 y el cuarto año por \$170,000.00. Calcular el valor presente para cada uno de los años del proyecto.

Año 1

$$\frac{50,000}{(1+.10)^1} = 45,454.54$$

Año 2

$$\frac{150,000}{(1+.10)^2} = 123,966.94$$

Año 3

$$\frac{80,000}{(1+.10)^3} = 60,105.18$$

Año 4

$$\frac{170,000}{(1+.10)^4} = 116,112.28$$

Se suman los valores presentes y se resta la cantidad de inversión inicial para encontrar el valor presente neto.

$$\text{VPN} = (45,454.54 + 123,966.94 + 60,105.18 + 116,112.28) - 100,000$$

$$\text{VPN} = 348,638.94 - 100,000.00$$

$$\text{VPN} = 248,638.94$$

Ejemplo 2

	<i>Inversión Inicial</i>	<i>Flujos de Caja</i>				
	Año 0	Año 1	Año 2	Año 3	Año 4	Año 5
Proyecto MIO	\$300,000.00	\$200,000.00	\$250,000.00	\$280,000.00	\$150,000.00	\$260,000.00
Tasa de descuento	12%					

$$\text{VPN} = -300,000 + \frac{200,000}{(1+.12)^1} + \frac{250,000}{(1+.12)^2} + \frac{280,000}{(1+.12)^3} + \frac{150,000}{(1+.12)^4} + \frac{250,000}{(1+.12)^5} =$$

$$\text{VPN} = 820,027.06 - 300,000$$

$$\text{VPN} = 520,027.06$$

Ejemplo 3

Se tiene un proyecto a 3 años para el cual se invierten \$150,000.00. En el primer año se obtendrá un flujo de \$100,000.00, para el segundo año de \$110,000.00, el tercer año de \$130,000.00. La tasa de descuento es de 10%. Determinar el VPN.

Inversión inicial \$150,000.00

Tasa de descuento 10%

Periodos	Año 0	Año 1	Año 2	Año 3	
Flujos	-\$150,000.00	\$100,000.00	\$110,000.00	\$130,000.00	
		$100,000 / (1.10)^1$	$110,000 / (1.10)^2$	$130,000 / (1.10)^3$	
		\$90,909.09	\$ 90,909.09	\$ 97,670.92	\$279,489.11

VPN = \$129,489.11

Ejemplo 4

De acuerdo con el libro "Proyectos de inversión en la Práctica" (Castro, 2006, p. 243):

En el caso de una inversión por la compra de un lote de bonos, con valor de \$100,000.00, que pagarán cupones por \$25,000.00 en un periodo de seis años, el rendimiento exigido por el inversionista es de 8%.

Para calcular el valor presente neto se utiliza la fórmula:

$$VPN = VAN = FNE \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} - \left[IIN - \frac{VS}{(1+i)^n} \right]$$

Los datos de los que se dispone, de acuerdo con la inversión descrita son:

Inversión inicial neta: \$100,000.00
 Horizonte de tiempo: 6 años
 Tasa de rendimiento: 8%

Los flujos de efectivo de este proyecto se presentan de la siguiente manera:

Año	Flujo de efectivo
1	25,000
2	25,000
3	25,000
4	25,000
5	25,000
6	25,000

Para este caso, al calcular el VPN, es necesario que se determine el valor presente de todos y cada uno de los flujos de efectivo, para lo cual se hacen las siguientes operaciones:

$$\text{VPFNE} = \frac{\text{FNE}}{(1+i)^n}$$

O bien:

$$\text{VPFNE} = \text{FNE} \left[\frac{1}{(1+i)^n} \right]$$

Donde

VPFNE = Valor presente del flujo neto de efectivo

FNE = Flujo neto de efectivo

i = Tasa de interés que se utiliza para descontar

Para el cálculo del valor presente de flujo de efectivo del primer año, queda de la siguiente manera:

$$\text{VPFNE} = \frac{25,000}{(1.08)^1} = 23,148.15$$

También se puede calcular el valor presente del flujo de efectivo del primer año de la siguiente manera:

$$\text{VPFNE} = 25,000 \left[\frac{1}{(1.08)^1} \right] = 25,000 [0.925926] = 23,148.15$$

Para calcular el VPN, primero se calcula el valor presente de los flujos de efectivo, mediante la siguiente tabla:

Año	Flujo efectivo	Factor de valor presente	Flujo de efectivo a valor presente
		8.00%	
1	25,000	0.925926	23,148.15
2	25,000	0.857339	21,433.47
3	25,000	0.793832	19,845.80
4	25,000	0.735030	18,375.75
5	25,000	0.680583	17,014.58
6	25,000	0.630170	15,754.24
Total	150,000	4.622880	115,571.99

El factor de valor presente por cada uno de los años de la tabla anterior se obtiene al aplicar la fórmula:

$$\text{Factor valor presente} = \left[\frac{1}{(1+i)^n} \right]$$

Así se tiene que, por ejemplo, el factor del primer año utilizado en la tabla con una tasa de descuento es de 0.925926, sustituyendo los datos correspondientes a la fórmula:

$$\text{Factor valor presente} = \left[\frac{1}{(1.08)^1} \right] = 0.925926$$

El resultado en esta ocasión se puede obtener en tablas de valor presente. Se obtienen los factores de actualización de acuerdo con el año del que se trate y la tasa de interés que se utilice mediante el mismo procedimiento; sin embargo, los flujos de efectivo son iguales en todos los años del horizonte de tiempo de duración de la inversión.

La fórmula a utilizar:

$$\text{VPN} = \text{VAN} = \text{FNE} \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} - \left[\text{INN} - \frac{\text{VS}}{(1+i)^n} \right]$$

Sustituyendo los datos

$$\text{VPN} = 25,000 \frac{1-(1.08)^{-1}}{0.08} - \left[100,000 - \frac{0}{(1.08)^1} \right]$$

$$\text{VPN} = [25,000 \times 4.622880] - 100000$$

$$\text{VPN} = [115,571.99] - 100,000 = 15,571.99$$

$$\text{VPN} = 15,571.99$$

Como se puede apreciar, el factor de actualización de los flujos de efectivo de los seis años, con tasa de descuento de 8%, equivale a 4.622880, siendo el mismo factor que se obtuvo en la suma total de los factores de actualización.

Para la tasa mínima de rendimiento que se tiene que utilizar en el cálculo del VPN, se hace una reflexión y análisis para seleccionar la que sea más adecuada al proyecto y el entorno en que se debe operar, ya que se pueden utilizar diversas tasas referidas a diversos instrumentos, como:

- Costo de capital de los fondos utilizados para el proyecto de inversión.
- Tasa de rendimiento que han generado históricamente los activos de la empresa.
- Rendimiento que paga algún instrumento del mercado financiero.

Interpretar el VPN

Cuando los flujos de efectivo con valor nominal son descontados al valor presente neto, se toma en consideración el rendimiento que esperan los inversionistas. Se recupera la tasa mínima de rendimiento que se desea que el proyecto de inversión genere, y cuando se le resta la inversión inicial neta, equivale a recuperarla. De tal manera que el resultado que se obtenga mayor de cero, es ganancia adicional después de haber recuperado los conceptos de: Tasa mínima de rendimiento y la inversión inicial neta.

Por lo que el VPN puede presentar tres tipos de resultados:

1. $VPN = +$
2. $VPN = 0$
3. $VPN = -$

Cuando el resultado es positivo, representa el importe de dinero que se obtiene como ganancia después de haber recuperado la inversión y la tasa mínima de rendimiento.

Si presenta un resultado de cero, es porque se recuperó solamente la inversión y la tasa mínima de rendimiento que se fijó desde un principio. En estos casos, el proyecto es estable solo si en la tasa de descuento se incluye el costo del financiamiento del proyecto de inversión y la tasa de rendimiento que compense el riesgo inherente al proyecto objeto de análisis.

Un proyecto de inversión se considera aceptable cuando el VPN de los flujos de efectivo supera la inversión inicial. Esto quiere decir que el resultado del VPN sea igual o mayor a cero (UNAM, 2014).

EJERCICIOS

1. Un negocio requiere una inversión inicial de \$200,000.00 y genera un flujo de efectivo de \$100,000.00 los dos primeros años y de \$160,000.00 el tercero, si la tasa de interés es del 8%, ¿cuál sería el Valor Presente Neto?
2. Una inversión requiere de un desembolso inicial de \$150,000.00, y con ella se pretende obtener flujos de efectivo de \$70,000.00, \$55,000.00 y de \$80,000.00 durante los próximos 3 años, siendo la tasa de descuento del 5%. Calcular el VPN y determinar si la inversión se debe realizar.
3. Resolver los siguientes planteamientos, para determinar el Valor Presente Neto:

Inversión inicial	Proyecto alfa \$250,000.00	Proyecto beta \$400,000.00
Año	Flujo de efectivo	
1	\$45,000.00	\$80,000.00
2	\$60,000.00	\$85,000.00
3	\$65,000.00	\$90,000.00
4	\$75,000.00	\$95,000.00
5	\$80,000.00	\$100,000.00
6	\$55,000.00	\$105,000.00
7	\$50,000.00	\$102,000.00
8	\$40,000.00	\$72,000.00
Tasa de descuento	11%	13%

4. Se muestra la información de dos máquinas a las cuales se les desea calcular el VPN, en función de los costos y valor de salvamento.

	Maquinaria 1	Maquinaria 2
Inversión inicial	\$350,000.00	\$550,000.00
Costo anual de operación	\$100,000.00	\$150,000.00
Valor de salvamento	\$120,000.00	\$150,000.00
Vida útil en años	5	5
Costo de capital	10%	10%

5. Se tiene una inversión en la que se lanzará un nuevo producto adicional a los que la empresa genera actualmente (enlata productos del mar). Se determina la inversión que se requiere para este producto que, en este caso, es cangrejo enlatado. Las cantidades son las siguientes:

Inversión inicial neta:	\$150,000.00
Horizonte de tiempo:	6 años
Costo de capital de la inversión:	15%
Tasa de rendimiento de la inversión:	5%
Valor de salvamento:	\$10,000.00

Los flujos de efectivo de este proyecto se presentan como sigue:

Año	Flujo de efectivo
1	58,000
2	55,000
3	53,000
4	50,000
5	49,000
6	48,000

Calcular el VPN

3.2. Periodo de recuperación



3.2.1. Concepto y procedimiento para calcular el periodo de recuperación

Con este método, lo que se conoce es el tiempo que se requiere para recuperar la inversión inicial neta; es decir, en qué momento los flujos de efectivo igualan el monto de la inversión inicial (Castro, 2006).

La fórmula que se utiliza para poder calcular el periodo de recuperación:

$$\text{Periodo de recuperación} = \frac{\text{Inversión}}{\text{Flujo neto de efectivo}}$$

Ventajas

- Es útil para comparar proyectos de inversión de vidas económicas iguales y con flujos de efectivo uniformes.
- Los cálculos son sencillos y de fácil interpretación.
- Es un indicador utilizado con mucha frecuencia.

Desventajas

- No considera el valor del dinero en el tiempo.
- La evaluación puede ser engañosa, ya que solo se considera el periodo de recuperación, olvidando considerar el horizonte de duración del proyecto.

Cuando los flujos de efectivo sean iguales se utiliza la fórmula mencionada anteriormente, en la cual se divide el monto invertido entre el valor de un flujo neto de efectivo, dado que son iguales para todo el año.

$$\text{Periodo de recuperación} = \frac{\text{Inversión}}{\text{Flujo neto de efectivo}}$$

Si los flujos de efectivo son desiguales, el periodo de recuperación se calculará mediante un acumulado; es decir, se suman los flujos netos de efectivo desde el primer año hasta el último en que se considera durará la inversión y, por consiguiente, el año en que la suma de los flujos de efectivo iguale a la inversión es el número de años que se necesitan para recuperarla.

Cuando se utilice el método de periodo de recuperación es importante que se establezca el periodo máximo de recuperación que se acepta como mínimo para cumplir los proyectos de inversión, a fin de ser seleccionados como proyectos adecuados para la empresa. Aquí, el analista encargado de la toma de decisiones deberá considerar como factor fundamental el tipo de activo, debido a que existen algunos que por su naturaleza requieren mayor tiempo para recuperar la inversión, como ejemplo podemos mencionar la compra de maquinaria (Castro, 2006).

Ejemplo 1

Determinación del periodo de recuperación. De acuerdo con el libro "Proyectos de inversión en la Práctica" (Castro, 2006, p. 234): Se realiza una inversión en la creación de una empresa, la cual asciende a \$100,000.00 y presenta utilidades después de descontar los impuestos de \$23,000.00, con un importe de \$2,000.00 por concepto de amortización y depreciación. En este caso, los datos a considerar para la solución son los siguientes:

Inversión inicial neta (IIN)	\$ 100,000.00
Flujo neto de efectivo (FNE)	\$ 25,000.00 (23.000 + 2,000 = 25,000)

El periodo de recuperación se calcula de la siguiente manera, utilizando la fórmula:

$$\text{Periodo de recuperación} = \frac{\text{Inversión}}{\text{Flujo neto de efectivo}}$$

Sustituyendo los datos en la fórmula queda de la siguiente manera:

$$\text{Periodo de recuperación} = \frac{100,000}{25,000} = 4 \text{ años}$$

Ejemplo 2

Determinación del periodo de recuperación. De acuerdo con el libro "Proyectos de inversión en la Práctica" (Castro, 2006, p. 234):

Para las situaciones en que los flujos de efectivo son desiguales en la valuación de la conveniencia de la sustitución de una maquinaria, cuyo importe por su adquisición asciende a \$380,000.00, los gastos de adecuación en las instalaciones para la correcta operación de ésta ascienden a \$100,000.00 y se gastan \$20,000.00 en capacitar al personal para operarla. La sustitución de la máquina genera ahorros de \$120,000.00 en el primer año de operación.

El perfil de ahorros por el tiempo que durará el activo puede apreciarse en la siguiente tabla:

Año	Ahorros
1	120,000
2	110,000
3	100,000
4	100,000
5	80,000

El ahorro total se determina sumando los ahorros por año; esto es para el año:

1 = 120,000.00

2 = 110,000.00

3 = 100,000.00

4 = 100,000.00

5 = 80,000.00

Siendo un total de: 510,000.00

La inversión inicial neta se determina, en este caso, sumando los desembolsos totales en que se incurre para el reemplazo de la maquinaria, por lo que, en este caso, se suman los diferentes desembolsos que ascienden a:

Concepto	Importe
Adquisición de maquinaria	380,000
Adecuación de instalaciones	100,000
Capacitación	20,000
Total (Inversión inicial neta)	500,000

Determinación del periodo de recuperación:

Año	Flujo neto efectivo	Acumulación	Inversión menos flujos
0			(500,000)
1	120,000	120,000	(390,000)
2	110,000	230,000	(270,000)
3	100,000	330,000	(170,000)
4	100,000	430,000	(70,000)
5	80,000	510,000	10,000

Para este caso, la recuperación de la inversión inicial neta se logra en el año 5; es decir, cuando el acumulado de los flujos netos de efectivo igualan al monto de la inversión inicial neta.

EJERCICIOS

1. Se realiza una inversión en la creación de una empresa, la cual asciende a \$1 500,000,000.00 y presenta utilidades después de impuestos de \$250,000.00, con un importe de \$300,000.00 por concepto de amortización y depreciación. Determinar el periodo de recuperación
2. Determinación del periodo de recuperación de una inversión de \$800,000.00, utilizando la siguiente información, complementando la información solicitada mediante el cálculo correspondiente.

Año	Flujo neto efectivo	Acumulación	Inversión menos flujos
0			(800,000)
1	320,000		
2	180,000		
3	190,000		
4	100,000		
5	200,000		

Calcular el acumulado y la inversión menos los flujos.

3.3. Tasa Interna de Retorno



3.3.1. Concepto y procedimiento para calcular la Tasa Interna de Retorno (TIR)

Este método de evaluación se encuentra relacionado con el método de VPN. La TIR es la tasa de descuento que hace que el valor presente de los flujos de efectivo netos generados por un proyecto sea igual al costo del mismo; es decir, es la tasa que provoca que el VPN de un proyecto sea igual a cero. La TIR es una tasa de rendimiento interna porque depende únicamente de los flujos de efectivo que genera el proyecto (Zavaleta, 2007).

Esta tasa tiene que ser mayor a la tasa mínima de rendimiento exigida al proyecto de inversión. También se puede interpretar, en términos generales, como la tasa máxima de rendimiento o descuento que produce una alternativa de inversión (Castro, 2006, p.247).

3.3.2. Fórmula de la Tasa Interna de Retorno

Es de importancia señalar que debido a que los proyectos de inversión pueden presentar dos tipos de flujos de efectivo, constantes y desiguales por cada año de existencia de la inversión, la TIR puede obtenerse con la siguiente fórmula:

Para los casos en que los flujos de efectivo son desiguales se utiliza la fórmula (Castro, 2006, pp. 247-248):

$$VPN = VAN + \sum_{t=1}^n \frac{FNE}{(1+i)^t} - \left[IIN - \frac{VS}{(1+i)^n} \right] = 0$$

Significa que, si se utiliza la TIR como tasa de descuento en el cálculo del valor presente neto, el resultado dará un valor de cero y la fórmula que se utiliza es sustituyendo i por TIR:

$$VPN = VAN + \sum_{t=1}^n \frac{FNE}{(1+TIR)^t} - \left[IIN - \frac{VS}{(1+TIR)^n} \right] = 0$$

Cuando los flujos de efectivo sean iguales, la fórmula que se utiliza es:

$$VPN = FNE \left[\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right] - \left[IIN - \frac{VS}{(1+i)^n} \right] = 0$$

De igual manera, si se utiliza la TIR como tasa de descuento en el cálculo del VPN, el resultado dará un valor de cero y la fórmula es la siguiente:

$$VPN = FNE \left[\frac{1 - (1+TIR)^{-n}}{TIR} \right] - \left[IIN - \frac{VS}{(1+TIR)^n} \right] = 0$$

Existen varios métodos para obtener la TIR, de los que se pueden mencionar:

Método gráfico

En este método, primero se calcula el VPN de la inversión a la tasa mínima de rendimiento que se exige de las inversiones, según el medio donde operará el proyecto de inversión. En el caso que se obtenga un valor positivo, se aumenta la tasa de descuento que se utiliza para calcular el VPN, el cual disminuirá. En el caso de que el primer valor calculado de VPN que se obtenga sea menor a cero, se debe disminuir la tasa de descuento utilizada para calcular el VPN nuevamente. Es importante tener, cuando menos, un valor negativo y uno positivo, con la finalidad de realizar una gráfica que permita visualizar a qué tasa de rendimiento el VPN es cero. Para la elaboración de la gráfica se anota en el eje horizontal "X", o de las abscisas, los valores de la tasa de descuento; y en el eje de las ordenadas o "Y", los valores presentes netos correspondientes a cada tasa de descuento. Se unen los puntos formando lo que se conoce como el perfil de este valor (Castro, 2006, p. 248).

Ejemplo 1

Cálculo de la tasa interna de retorno, de acuerdo con el libro "Proyectos de inversión en la Práctica" (Castro, 2006, p. 249-250).

Se tiene una inversión en la que se lanzará un nuevo producto adicional a los que la empresa genera actualmente (enlata productos del mar). Se determina la inversión que se requiere para este producto que, en este caso, es cangrejo enlatado. Las cantidades son las siguientes:

Inversión inicial neta:	\$150,000.00
Horizonte de tiempo:	6 años
Costo de capital de la inversión:	15%
Tasa de rendimiento de la inversión:	5%
Valor de salvamento:	\$10,000.00

Los flujos de efectivo de este proyecto se presentan como sigue:

Año	Flujo de efectivo
1	58,000
2	55,000
3	53,000
4	50,000
5	49,000
6	48,000

A partir del resultado obtenido del cálculo del VPN, que se obtuvo de manera positiva, por lo cual se aumenta la tasa de interés, a fin de obtener un VPN negativo y, finalmente, realizar la gráfica.

La fórmula para el calcular el VPN es:

$$VPN = VAN + \sum_{t=1}^n \frac{FNE}{(1+i)^t} - \left[IIN - \frac{VS}{(1+i)^n} \right]$$

En este caso se muestra diferentes valores presentes de los flujos de efectivo en la siguiente tabla:

Año	Flujo de efectivo	FNE valor presente		
		20%	30%	40%
1	58,000	48,333.33	44,615.38	41,428.57
2	55,000	38,194.44	32,544.38	28,061.22
3	53,000	30,671.30	24,123.81	19,314.87
4	50,000	24,112.65	17,506.39	13,015.41
5	49,000	19,692.00	13,197.12	9,110.79
6	48,000	16,075.10	9,944.46	6,374.89
TOTAL	313,000	177,078.83	141,931.54	117,305.76

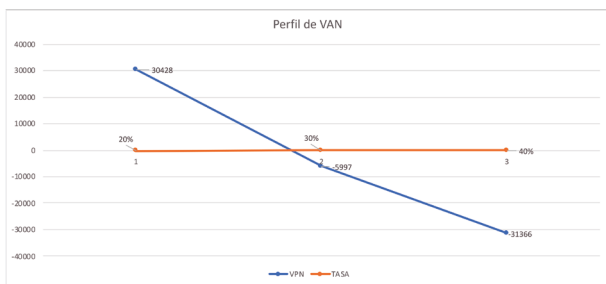
Y con estos resultados se puede calcular el VPN a diferentes tasas de rendimiento.

$$\text{VPN}_{20\%} = 177,078.83 - \left[150,000 - \frac{10,000}{(1.20)^6} \right] = 30,428$$

$$\text{VPN}_{30\%} = 141,931.54 - \left[150,000 - \frac{10,000}{(1.30)^6} \right] = -5,997$$

$$\text{VPN}_{40\%} = 117,305.76 - \left[150,000 - \frac{10,000}{(1.40)^6} \right] = -31,366$$

Después de calcular el VPN de esta inversión con diferentes tasas de descuento, se procede a elaborar la gráfica que muestra la tasa de interés en la que VPN genera un valor de cero.



La TIR es de 28.0711%, que en este caso, si se calcula nuevamente con la TIR, el VPN arrojará un valor de cero.

Año	Flujo efectivo	Flujo valor presente	FNE X Factor valor presente
		28.0711%	
1	58,000	0.7808%	45,287.34
2	55,000	.06097%	33,532.07
3	53,000	0.4760%	25,230.30
4	50,000	0.3717%	18,585.12
5	49,000	0.2902%	14,221.34
6	48,000	0.2266%	10,877.63
Total	313,000		147,733.81

Con estos resultados, se puede calcular el VPN.

Método de interpolación

Ejemplo 2. Cálculo de la tasa interna de retorno. De acuerdo con el libro "Proyectos de inversión en la Práctica" (Castro, 2006, p. 251):

Se tiene una inversión con valor de \$100,000.00 y los flujos de efectivo ascienden a \$25,000.00 en un periodo de 6 años.

En el método de interpolación se utiliza la siguiente fórmula:

$$\text{TIR} = \text{ib} + \left[(\text{ia} - \text{ib}) \times \frac{\text{VPN}^+}{\text{VPN}^+ + \text{VPN}^-} \right]$$

O también con la fórmula:

$$\text{TIR} = \text{ia} - \left[(\text{ia} - \text{ib}) \times \frac{\text{VPN}^-}{\text{VPN}^+ + \text{VPN}^-} \right]$$

Donde

TIR = Tasa interna de rendimiento

ia = Tasa de interés máxima

ib = Tasa de interés mínima

VPN- = Valor presente neto negativo

VPN+ = Valor presente neto positivo

Para sustituir los valores en esta fórmula se consideran las cantidades de valor presente neto en términos absolutos.

A continuación, se presentan los valores presentes de la inversión con diferentes tasas de interés:

$$\begin{aligned} \text{VPN}_{12\%} &= 25,000 \left[\frac{1 - (1 + 0.12)^{-6}}{0.12} \right] - \left[100,000 - \frac{0}{(1 + 0.12)^6} \right] \\ &= 102,785.18 - 100,000 = 2,785.18 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{VPN}_{13.5\%} &= 25,000 \left[\frac{1 - (1 + 0.135)^{-6}}{0.135} \right] - \left[100,000 - \frac{0}{(1 + 0.135)^6} \right] \\ &= 98,562.61 - 100,000 = -1,437.86 \end{aligned}$$

Los datos para calcular la TIR son los siguientes:

ia = Tasa de interés máxima 13.5%

ib = Tasa de interés mínima 12.0%

VPN- = Valor presente neto negativo 1.347.86 (Valor absoluto)

VPN+ = Valor presente neto positivo 2,785.18

Se sustituyen los datos en la fórmula:

$$\text{TIR} = \text{ib} + \left[(\text{ia} - \text{ib}) \times \frac{\text{VPN} +}{\text{VPN} + \text{VPN} -} \right]$$

$$\text{TIR} = 12 + \left[(13.5 - 12) \times \frac{2,785.18}{2,785.18 + 1,437.86} \right] = 12.9892$$

O bien, en la otra fórmula, que en ese caso arroja el mismo resultado:

$$\text{TIR} = \text{ia} - \left[(\text{ia} - \text{ib}) \times \frac{\text{VPN} -}{\text{VPN} + \text{VPN} -} \right]$$

$$\text{TIR} = 13.5 - \left[(13.5 - 12) \times \frac{1,437.86}{2,785.18 + 1,437.86} \right] = 12.9892$$

Si se sustituye esta tasa de descuento en la fórmula del VPN queda el siguiente resultado.

$$\begin{aligned} \text{VPN}_{12.98\%} &= 25,000 \left[\frac{1 - (1 + 0.1298)^{-6}}{0.1298} \right] - \left[100,000 - \frac{0}{(1 + 0.1298)^6} \right] \\ &= 99,994.43 - 100,000 = -5.57 \end{aligned}$$

En este caso, casi es cero; sin embargo, es necesario que se elabore otra interpolación con la finalidad de obtener el valor exacto de cero.

Ejemplo 3. Por ecuación

Se presenta una inversión que tiene un desembolso inicial de \$70,000.00 y genera un flujo de efectivo el primer año de \$15,000.00 y de \$60,000.00 en el segundo año. Se pide calcular la TIR de la inversión.

$$\begin{aligned} \text{VPN} &= -IIN + \frac{\text{FNE}}{(1+i)^n} + \frac{\text{FNE}}{(1+i)^n} \\ \text{VPN} &= -70,000 + \frac{15,000}{(1+i)^1} + \frac{60,000}{(1+i)^2} \\ 0 &= -70,000 + \frac{15,000}{(1+\text{TIR})^1} + \frac{60,000}{(1+\text{TIR})^2} \\ 0 &= -70,000(1+\text{TIR})^2 + 15,000(1+\text{TIR})^1 + 60,000 \\ 1 + \text{TIR} &= x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ 1 + \text{TIR} &= x = \frac{-15,000 \pm \sqrt{(15,000)^2 - 4(-70,000)(60,000)}}{2(-70,000)} \\ 1 + \text{TIR} &= 1.0391 = 0.0391 = 3.91\% \end{aligned}$$

EJERCICIOS

- Se presenta una inversión que tiene un desembolso inicial de \$80,000.00 y genera un flujo de efectivo el primer año de \$20,000.00 y de \$30,000.00 en el segundo año. Se pide calcular la TIR de la inversión.
- Determinar la TIR de una inversión inicial de \$90,000.00 con los siguientes flujos anuales de efectivo:

Año	Flujo efectivo
Inversión	-90,000
1	18,000
2	25,000
3	20,000
4	30,000
5	22,000
Total	

3. Se tiene una inversión en la que se lanzará un nuevo producto. Las cantidades son las siguientes:

Inversión inicial neta:	\$450,000.00
Horizonte de tiempo:	5 años
Tasa de rendimiento de la inversión:	8%
Valor de salvamento:	\$100,000.00

Los flujos de efectivo de este proyecto se presentan como sigue:

Año	Flujo de efectivo
1	88,000
2	105,000
3	93,000
4	70,000
5	90,000
6	60,000

Calcular el VPN

A partir de la obtención del VPN, si es positivo, aumentar la tasa de interés, a fin de obtener un VPN negativo y realizar la gráfica donde se determine la TIR. Utilizar al menos 3 tasas de interés para el cálculo.

3.4. Método del valor anual



El método de valor anual (VA) se basa en el cálculo del rendimiento anual que genera una inversión de un proyecto durante un periodo definido.

3.4.1. Método para determinar el valor anual

El método de VA se utiliza generalmente para compras alternativas.

El VA recibe otros nombres tales como:

Valor Anual Equivalente	(VAE)
Costo Anual Equivalente	(CAE)
Equivalente Anual	(EA)
Costo Anual Uniforme Equivalente	(CAUE)

El VA de un proyecto es el equivalente de los ingresos menos sus egresos anuales, menos la cantidad equivalente de la recuperación del capital.

De igual manera, hay que tener en cuenta que el valor anual de un proyecto es equivalente a su Valor Presente y Valor Futuro.

Cuando en la ecuación no se tiene ingresos se designa a la medida que resulta como Costo Anual Uniforme Equivalente (CAUE). Y es mejor tener un CAUE bajo que uno alto.

La recuperación de capital (RC) es la cantidad anual equivalente que el activo, proceso o sistema debe ganar cada año tan sólo para recuperar la inversión inicial más una tasa de rendimiento especificada durante su vida útil. El cálculo de la RC se considera cualquier valor de rescate que se espere.

El monto de recuperación de capital (RC) para un proyecto es el costo uniforme que equivale al capital anual invertido, esto cubre:

- A) Pérdida de valor activo
- B) Interés sobre el capital invertido (TREMA)

Criterios de decisión:

Si $VA > 0$, se acepta la inversión

Si $VA = 0$, permanece indiferente

Si $VA < 0$, se rechaza la inversión

Determinación del VAE (Valor Anual Equivalente)

Cuando se evalúa un proyecto, el resultado del VAE es consistente con el VPN.

Para determinar el Valor Anual Equivalente se requiere como requisito conocer el VPN del proyecto y se tiene la siguiente fórmula:

$$VAE = VPN \left[\frac{i}{1 - (1 + i)^{-n}} \right]$$

Donde

VAE = Valor Anual Equivalente

VPN = Valor Presente Neto

i = Tasa

n = Periodos

Ejemplo 1

Se tiene un Valor Presente Neto de \$80,000.00, una tasa de 6% y un periodo de 5 años. Determinar el VAE.

Donde

VPN = 80,000

i = 6%

n = 5

Sustituyendo

$$VAE = -VPN \left[\frac{i}{1 - (1 + i)^{-n}} \right]$$

$$VAE = -80,000 \left[\frac{0.06}{1 - (1.06)^{-5}} \right] = -18,991.71$$

Se tienen 5 anualidades descontadas con un valor de \$18,991.71 cada una durante el periodo.

Ejemplo 2

Determinar el valor anual equivalente de los proyectos A y B, en los que se calcularon los siguiente VPN:

	Proyecto A	Proyecto B
VPN	102,325.48	208,756.24
Tiempo	8 años	12 años
Tasa	12%	12%

$$VAE = -VPN \left[\frac{i}{1 - (1+i)^{-n}} \right]$$

Proyecto A

$$VAE = -102,325.48 \left[\frac{0.12}{1 - (1.12)^{-8}} \right] = -20,598.40$$

Proyecto B

$$AE = -208,756.24 \left[\frac{0.12}{1 - (1.12)^{-12}} \right] = -33,700.94$$

Para el Proyecto A se tienen 8 anualidades descontadas de 20,598.40

Para el Proyecto B se tienen 12 anualidades descontadas de 33,598.40

EJERCICIOS

Determinar el **Valor Anual Equivalente** (VAE) de los siguientes planteamientos:

1. Un negocio requiere una inversión inicial de \$200,000.00 y genera un flujo de efectivo de \$100,000.00 los dos primeros años y de \$160,000.00 el tercero, si la tasa de interés es del 8%. ¿Cuál sería el Valor Presente Neto?
2. Una inversión requiere de un desembolso inicial de \$150,000.00 y con ella se pretende obtener flujos de efectivo de \$70,000.00, \$55,000.00 y de \$80,000.00 durante los próximos 3 años, siendo la tasa de descuento del 5%. Calcular el VPN y determinar si la inversión se debe realizar.
3. Resolver los siguientes planteamientos determinando el Valor Anual Equivalente:

Inversión inicial	Proyecto alfa \$ 250,000.00	Proyecto beta \$400,000.00
Año	Flujo de efectivo	
1	\$45,000.00	\$80,000.00
2	\$60,000.00	\$85,000.00
3	\$65,000.00	\$90,000.00
4	\$75,000.00	\$95,000.00
5	\$80,000.00	\$100,000.00
6	\$55,000.00	\$105,000.00
7	\$50,000.00	\$102,000.00
8	\$40,000.00	\$72,000.00
Tasa de descuento	11%	13%

4. Se muestra la información de dos máquinas a las cuales se les desea calcular el VPN, en función de los costos y valor de salvamento.

	Maquinaria 1	Maquinaria 2
Inversión inicial	\$350,000.00	\$550,000.00
Costo anual de operación	\$100,000.00	\$150,000.00
Valor de salvamento	\$120,000.00	\$150,000.00
Vida útil en años	5	5
Costo de capital	10%	10%

5. Se tiene una inversión en la que se lanzará un nuevo producto adicional a los que la empresa genera actualmente (enlata productos del mar). Se determina la inversión que se requiere para este producto que, en este caso, es cangrejo enlatado. Las cantidades son las siguientes:

Inversión inicial neta:	\$150,000.00
Horizonte de tiempo:	6 años
Costo de capital de la inversión:	15%
Tasa de rendimiento de la inversión:	5%
Valor de salvamento:	\$10,000.00

Los flujos de efectivo de este proyecto se presentan como sigue:

Año	Flujo de efectivo
1	58,000
2	55,000
3	53,000
4	50,000
5	49,000
6	48,000

3.5. Costo-beneficio



La relación costo-beneficio es un indicador que muestra la utilidad que se obtiene con el costo que representa una inversión; es decir, cuánto se está ganando por cada peso invertido.

3.5.1. Procedimiento para calcular el costo-beneficio

De acuerdo con el libro "Proyectos de inversión en la práctica" (Castro, 2006, pp. 259-261), es la suma de los flujos de efectivo a valor presente entre la inversión inicial neta a valor presente menos 1 y por 100.

La expresión matemática es la siguiente:

$$CB = \left[\frac{\sum_{f=1}^n \frac{FNE}{(1+i)^f}}{IIN - \left(\frac{VS}{(1+i)^n} \right)} - 1 \right] \times 100$$

Donde

CB = Costo-beneficio

FNE = Flujo neto de efectivo

i = Tasa de interés

VS = Valor de salvamento

IIN = Inversión inicial neta

n = Periodos de tiempo

Este indicador determina el monto de utilidad expresada en porcentaje y obtenida después de pagar la tasa de interés exigida en el proyecto de inversión y el monto de la inversión inicial.

Cuando haya excedente de flujos de efectivo se interpreta como la contribución porcentual respecto a la inversión, o también como el beneficio porcentual adicional logrado con respecto a la inversión. En la medida que este indicador es mayor habrá más beneficio.

Cuando el resultado del cálculo es un valor negativo se interpreta como el porcentaje de inversión faltante que no generó flujos netos de efectivo; es decir, es el costo que no se cubre de la inversión.

Ejemplo 1. Cálculo del costo-beneficio

Se tiene una inversión en la que se lanzará un nuevo producto adicional a los que la empresa genera actualmente (enlata productos del mar). Se determina la inversión que se requiere para este producto que, en este caso, es cangrejo enlatado. Las cantidades son las siguientes:

Inversión inicial neta:	\$150,000.00
Horizonte de tiempo:	6 años
Costo de capital de la inversión:	15%
Tasa de rendimiento de la inversión:	5%
Valor de salvamento:	\$10,000.00

Los flujos de efectivo de este proyecto se presentan como sigue:

Año	Flujo de efectivo
1	58,000
2	55,000
3	53,000
4	50,000
5	49,000
6	48,000

En este caso se muestran diferentes valores presentes de los flujos de efectivo en la siguiente tabla:

Año	Flujo de efectivo	FNE valor presente		
		20%	30%	40%
1	58,000	48,333.33	44,615.38	41,428.57
2	55,000	38,194.44	32,544.38	28,061.22
3	53,000	30,671.30	24,123.81	19,314.87
4	50,000	24,112.65	17,506.39	13,015.41
5	49,000	19,692.00	13,197.12	9,110.79
6	48,000	16,075.10	9,944.46	6,374.89
TOTAL	313,000	177,078.83	141,931.54	117,305.76

La TIR es de 28.0711%. En este caso, si se calcula nuevamente con la TIR, el VPN arrojará un valor de cero.

Año	Flujo efectivo	Flujo valor presente	FNE X Factor valor presente
		28.0711%	
1	58,000	0.7808%	45,287.34
2	55,000	.06097%	33,532.07
3	53,000	0.4760%	25,230.30
4	50,000	0.3717%	18,585.12
5	49,000	0.2902%	14,221.34
6	48,000	0.2266%	10,877.63
Total	313,000		147,733.81

Considerando los datos anteriores, el cálculo de costo-beneficio se realiza con distintas tasas de descuento.

Caso A

$$CB_{20\%} = \left[\frac{\sum_{f=1}^n \frac{FNE}{(1+i)^n}}{IIN - \left(\frac{VS}{(1+i)^n}\right)} - 1 \right] \times 100$$

$$CB_{20\%} = \left[\frac{177,078.83}{150,000 - \left(\frac{10,000}{(1.2)^n}\right)} - 1 \right] \times 100 = \left[\frac{177,078.83}{146,651.02} - 1 \right] \times 100$$

$$CB_{20\%} = 20.75\%$$

Caso B

$$CB_{30\%} = \left[\frac{\sum_{f=1}^n \frac{FNE}{(1+i)^n}}{IIN - \left(\frac{VS}{(1+i)^n}\right)} - 1 \right] \times 100$$

$$CB_{30\%} = \left[\frac{141,931.54}{150,000 - \left(\frac{10,000}{(1.3)^n}\right)} - 1 \right] \times 100 = \left[\frac{141,931.54}{147,928.23} - 1 \right] \times 100$$

$$CB_{30\%} = -4.054\%$$

Caso C

$$CB_{28.0711\%} = \left[\frac{\sum_{f=1}^n \frac{FNE}{(1+i)^n}}{IIN - \left(\frac{VS}{(1+i)^n}\right)} - 1 \right] \times 100$$

$$CB_{28.0711\%} = \left[\frac{147,733.81}{150,000 - \left(\frac{10,000}{(1.280711)^n}\right)} - 1 \right] \times 100 = \left[\frac{147,733.81}{147,733.82} - 1 \right] \times 100$$

$$CB_{28.0711\%} = 0.0\%$$

En el caso A, se obtuvo un resultado positivo en porcentaje. Esto se observa cuando los flujos de efectivo descontados son mayores que la inversión neta, teniendo un resultado de 20.75%, que representa el beneficio adicional con respecto a la inversión. En el caso B, el resultado es negativo y se interpreta como el porcentaje de la inversión que no se recupera con los flujos de efectivo descontados. Finalmente, en el caso C, el CB resulta ser un importe de 0.0%, lo que es lógico en el sentido que al calcular el valor presente neto el resultado es cero.

El resultado de la relación costo-beneficio representa el rendimiento que se obtiene por cada peso que se invierte.

- Si la relación CB es < 1 , se rechaza el proyecto.
- Si la relación CB es $= 1$, la decisión de invertir es indiferente.
- Si la relación CB es > 1 , se acepta el proyecto.

Ejemplo 2

Determinar el costo-beneficio de una inversión de \$5,000,000.00 con una tasa de descuento de 8%, en un periodo de tiempo de 8 años, un valor de salvamento de \$1,200,000.00, se presentan los flujos de efectivo de cada periodo.

Año	Flujo de efectivo	FNE
1	580,000	
2	620,000	
3	530,000	
4	550,000	
5	750,000	
6	800,000	
7	700,000	
8	600,000	
TOTAL	5,130,000	

Determinación del FNE:

Año 1

$$\frac{580,000}{(1+0.08)^1} = 537,037.04$$

Año 2

$$\frac{620,000}{(1+0.08)^2} = 531,550.07$$

Año 3

$$\frac{530,000}{(1+0.08)^3} = 420,731.09$$

Año 4

$$\frac{550,000}{(1+0.08)^4} = 404,266.42$$

Año 5

$$\frac{750,000}{(1+0.08)^5} = 510,437.40$$

Año 6

$$\frac{800,000}{(1+0.08)^6} = 504,135.70$$

Año 7

$$\frac{700,000}{(1+0.08)^7} = 408,443.28$$

Año 8

$$\frac{600,000}{(1+0.08)^8} = 324,161.33$$

Año	Flujo de efectivo	FNE
1	580,000	537,037.037
2	620,000	531,550.069
3	530,000	420,731.088
4	550,000	404,266.419
5	750,000	510,437.398
6	800,000	504,135.702
7	700,000	408,443.277
8	600,000	324,161.331
TOTAL	5,130,000	3,640,762.32

Donde

$$\text{FNE} = 3,640,762.32$$

$$i = 0.08$$

$$\text{IIN} = 5,000,000$$

$$n = 8$$

$$\text{VS} = 1,200,000.00$$

Sustituyendo

$$CB08\% = \left[\frac{\sum_{f=1}^n \frac{\text{FNE}}{(1+i)^n}}{\text{IIN} - \left(\frac{\text{VS}}{(1+i)^n} \right)} - 1 \right] \times 100$$

$$CB08\% = \left[\frac{3,640,762.32}{5,000,000 - \left(\frac{1,200,000}{(1.08)^8} \right)} - 1 \right] \times 100 = \left[\frac{3,640,762.30}{4,351,677.34} - 1 \right] \times 100$$

$$CB08\% = -16.34\%$$

El resultado es negativo y se interpreta como el porcentaje de la inversión que no se recupera con los flujos de efectivo descontados.

Ejemplo 3

Calcular el costo-beneficio de una inversión de \$2,000,000.00, con una tasa de descuento del 12% en un periodo de 3 años, con flujos constantes de efectivo de \$650,000.00, con un valor de salvamento de \$1,300,000.00.

Año	Flujo de efectivo	FNE
1	650,000	\$ 580,357.14
2	650,000	\$ 518,176.02
3	650,000	\$ 462,657.16
		\$ 1,561,190.32

Año 1

$$\frac{650,000}{(1+0.12)^1} =$$

Año 2

$$\frac{650,000}{(1+0.12)^2} =$$

Año 3

$$\frac{650,000}{(1+0.12)^3} =$$

$$CB12\% = \left[\frac{\sum_{f=1}^n \frac{FNE}{(1+i)^n}}{IIN - \left(\frac{VS}{(1+i)^n} \right)} - 1 \right] \times 100$$

$$CB12\% = \left[\frac{1,561,190.32}{2,000,000 - \left(\frac{1,300,000}{(1.12)^3} \right)} - 1 \right] \times 100 = \left[\frac{1,561,190.32}{1,074,685.68} - 1 \right] \times 100$$

$$CB12\% = 45.27\%$$

Se obtuvo un resultado positivo en porcentaje, teniendo un resultado de 45.27%, que representa el beneficio adicional con respecto a la inversión.

EJERCICIOS

Determinar el costo-beneficio (CB) de los siguientes planteamientos:

1. Un negocio requiere una inversión inicial de \$200,000.00 y genera un flujo de efectivo de \$100,000.00 los dos primeros años y de \$160,000.00 el tercero, si la tasa de interés es del 8%. ¿Cuál sería el Valor Presente Neto?

- Una inversión requiere de un desembolso inicial de \$150,000.00 y con ella se pretende obtener flujos de efectivo de \$70,000.00, \$55,000.00 y de \$80,000.00 durante los próximos 3 años, siendo la tasa de descuento del 5%. Calcular el VPN y determinar si la inversión se debe realizar.
- Resolver los siguientes planteamientos.

Inversión inicial	Proyecto alfa \$ 250,000.00	Proyecto beta \$400,000.00
Año	Flujo de efectivo	
1	\$45,000.00	\$80,000.00
2	\$60,000.00	\$85,000.00
3	\$65,000.00	\$90,000.00
4	\$75,000.00	\$95,000.00
5	\$80,000.00	\$100,000.00
6	\$55,000.00	\$105,000.00
7	\$50,000.00	\$102,000.00
8	\$40,000.00	\$72,000.00
Tasa de descuento	11%	13%

- Se muestra la información de dos máquinas a las cuales se les desea calcular el VPN, en función de los costos y valor de salvamento.

	Maquinaria 1	Maquinaria 2
Inversión inicial	\$350,000.00	\$550,000.00
Costo anual de operación	\$100,000.00	\$150,000.00
Valor de salvamento	\$120,000.00	\$150,000.00
Vida útil en años	5	5
Costo de capital	10%	10%

5. Se tiene una inversión en la que se lanzará un nuevo producto adicional a los que la empresa genera actualmente (enlata productos del mar). Se determina la inversión que se requiere para este producto que, en este caso, es cangrejo enlatado. Las cantidades son las siguientes:

Inversión Inicial neta:	\$150,000.00
Horizonte de tiempo:	6 años
Costo de capital de la inversión:	15%
Tasa de rendimiento de la inversión:	5%
Valor de salvamento:	\$10,000.00

Los flujos de efectivo de este proyecto se presentan como sigue:

Año	Flujo de efectivo
1	58,000
2	55,000
3	53,000
4	50,000
5	49,000
6	48,000

Realice la tarea 3. Resolver un caso que contenga: cálculo del valor presente neto, cálculo de la tasa interna de retorno, cálculo del valor anual, determinación del costo-beneficio, interpretación de los resultados financieros

TAREA

Tarea 3. Resolver un caso que contenga: cálculo del valor presente neto, cálculo de la tasa interna de retorno, cálculo del valor anual, determinación del costo-beneficio, interpretación de los resultados financieros

Unidad temática 3. Técnicas de evaluación financiera (integral)

Esta tarea tiene como propósito que usted refuerce el conocimiento del cálculo de valor presente neto, periodo de recuperación, tasa interna de retorno, método de valor anual y costo-beneficio, junto con la interpretación de los resultados.

Instrucciones:

- Lea** la unidad temática 3.
- Prepare** una hoja blanca o una hoja de Excel (de acuerdo a lo que le indique la o el profesor, en la cual realizará los cálculos de valor presente neto, periodo de recuperación, tasa interna de retorno, método de valor anual y costo-beneficio.
- Analice** el siguiente caso:

Una empresa desea lanzar una nueva línea de playeras unisex y muestra la siguiente información: inversión inicial neta \$500,000.00, horizonte de tiempo 5 años, costo de capital de inversión 16%, tasa de rendimiento de inversión 8% y un valor de salvamento de \$80,000.00. Los flujos de efectivo de este proyecto se presentan de la siguiente manera:

Año	Flujo de efectivo en pesos
1	108,000
2	105,000
3	120,000
4	115,000
5	100,000

- d) **Determine:**
1. El Valor Presente Neto (VPN)
 2. Periodo de Recuperación (PR)
 3. Tasa Interna de Retorno (TIR)
 4. Valor Anual (VA)
 5. Costo-beneficio (CB)
- e) **Interprete** los resultados obtenidos al resolver cada uno de los planteamientos, tanto para interés simple como interés compuesto.
Los criterios de evaluación son:
- Procedimiento: registrar el ejercicio y desarrollarlo paso a paso.
 - El resultado del ejercicio (resaltado en negrita).
 - Interpretación.
- f) No olvide **escribir** en su tarea, su nombre y el de la institución a la que pertenece.
- g) **Guarde** su tarea 3 (Resolver un caso que contenga: cálculo del valor presente neto, cálculo de la tasa interna de retorno, cálculo del valor anual, determinación del costo-beneficio, interpretación de los resultados financieros) como documento Word con la siguiente nomenclatura: Tarea3_XX_YZ. Recuerde sustituir las XX por las dos primeras letras de su primer nombre, la Y por la inicial de su apellido paterno y la Z por la inicial de su apellido materno.
Por ejemplo, si yo me llamo Francisco Villa García, debo guardar mi documento de la siguiente forma: Tarea3_FR_V_G.
- h) **Suba** su tarea 3 en su e-portafolio, que se encuentra en la plataforma educativa.
- i) Si tiene dudas, por favor, **plantéelas** a su docente o escribálas en el Foro de Dudas. Éstas serán contestadas en las siguientes 24 horas hábiles.

Lista de cotejo. Tarea 3. Resolver un caso que contenga: cálculo del valor presente neto, cálculo de la tasa interna de retorno, cálculo del valor anual, determinación del costo-beneficio, interpretación de los resultados financieros (valor 25)

Nombre de la o el estudiante-aprendiz:

Nombre de la o el docente:

Universidad tecnológica:

Cooperativa de ahorro y préstamo de procedencia:

Aspecto a evaluar	Excelente	Cumple		Observaciones
		Sí	No	
Ejercicios de interés simple				
Resultado correcto	VPN	2	0	
	PR	2	0	
	TIR	2	0	
	VAE	2	0	
	CB	2	0	
Procedimiento	VPN	1.5	0	
	PR	1.5	0	
	TIR	1.5	0	
	VAE	1.5	0	
	CB	1.5	0	
Interpretación	VPN	1.5	0	
	PR	1.5	0	
	TIR	1.5	0	
	VAE	1.5	0	
	CB	1.5	0	
Total:				

Para saber más...



Flórez, J. (2015). *Proyectos de inversión para las pymes*. Bogotá: ECOE.

Referencias



Castro, J. (2006). *Proyectos de Inversión en la Práctica*. México: Gasca SICCO.

Morales, V. (15 de junio de 2014). Valor Actual Neto (VAN). *Economipedia*. <https://economipedia.com/definiciones/valor-actual-neto.html>

UNAM. (16 de mayo de 2014). *Apunte electrónico. Administración de Proyectos de Inversión*. http://fcasua.contad.unam.mx/apuntes/interiores/docs/20172/administracion/8/LA_1825_13067_A_Admon_proyectos_invers.pdf

Zavaleta, M. (2007). *Modelos Financieros en Excel*. México: CECSA.



Carrera
Técnico Superior
Universitario en
**Asesor Financiero
Cooperativo**